



Олимпиада «МИСиС зажигает звезды»

Техническое направление

Отборочный этап 2021 г.

Вариант 1

10 класс

№	Задание	Ответы	Баллы
1	Какой цифрой оканчивается число $3^{2021} + 4^{2022}$?		15
2	Известно, что a, b, c – целые числа, их сумма равна 13, а уравнение $(x - a)(x - b)(x - c) - 5 = 0$ имеет целый корень. Найдите его.		20
3	Найдите все простые числа u и v , для которых уравнение $x^2 + ux + v = 100$ имеет два целых корня.		25
4	Тело перемещают вдоль наклонной плоскости с углом наклона $\alpha = 45^\circ$, совершая работу $A = 11$ Дж. Какое количества тепла при этом выделяется, если коэффициент трения $\mu = 0,1$, а сила направлена вдоль наклонной плоскости?		15
5	На гладком горизонтальном столе покоятся два кубика массами $M = 16$ г и $2M$. В центр левого кубика попадает пуля массой $m = 4$ г, летящая горизонтально со скоростью $V_0 = 20$ м/с, направленной вдоль линии, соединяющей центры кубиков. Пробив насквозь кубик массой M , пуля летит дальше со скоростью $V_0/2$, попадает в кубик $2M$ и застревает в нем. Через какое время t после попадания пули в кубик $2M$ кубики столкнутся, если моменту попадания пули в кубик $2M$ расстояние между ними было $L = 50$ см? Размерами кубиков пренебречь. Ответ дать в мс.		25



Олимпиада «МИСиС зажигает звезды»

Техническое направление

Отборочный этап 2021 г.

Вариант 1

10 класс

№	Задание	Ответы	Баллы
1	Степени тройки оканчиваются на 3, 9, 7, 1, повторяясь через каждые 4 числа. Так как $2021=4 \cdot 505+1$, то 3^{2021} оканчивается на 3. Степени четверки оканчиваются на 4 (для нечетных) или 6 (для четных), поэтому 4^{2022} оканчивается на 6. Тогда сумма оканчивается на 9.	9	15
2	Разложим 5 на три сомножителя, тогда $\{(x-a), (x-b), (x-c)\} = \{1, -1, -5\}$. Складывая эти числа, получим: $3x - 13 = -5$, откуда $x = 6$.	6	20
3	Сумма и произведение корней не могут быть одновременно четными, поэтому одно из чисел u или v должно быть равно 2. а) Пусть $v=2$, а u нечетно. Тогда $x^2 + ux = 98$; $x(x+u) = 98 = 7 \cdot 14 = 2 \cdot 49 = 1 \cdot 98$. $\rightarrow u = \{7; 47; 97\}$. б) Пусть $u=2$, v нечетно. Тогда $(x+1)^2 = 101 - v$. Левая часть может принимать значения 64; 36; 16; 4. В вариантах 36 и 16 v делится на 5, что противоречит условию. Тогда $v = \{37; 97\}$	(2; 37), (2; 97), (7; 2), (47; 2), (97; 2)	25
4	При равномерном движении вверх по наклонной плоскости $\vec{F} + m\vec{g} + \vec{F}_{\text{тр}} + \vec{N} = 0$ проекция на ось X: $F - F_{\text{тр}} - mgsin\alpha = 0$ проекция на ось Y: $N - mgcos\alpha = 0$ $F_{\text{тр}} = \mu N = \mu mgcos\alpha$ $F = \mu mgcos\alpha + mgsin\alpha$ Если L- длина наклонной плоскости, то работа силы $\vec{F}$ $A = F \cdot L = (\mu mgcos\alpha + mgsin\alpha) \cdot L$ Количество теплоты Q, выделяющееся при движении по наклонной плоскости вверх: $Q = A_{\text{тр}} = \mu mgcos\alpha \cdot L$ $\frac{A}{Q} = \frac{\mu mgcos\alpha + mgsin\alpha}{\mu mgcos\alpha} = 1 + \frac{1}{\mu} tg\alpha$ $Q = \frac{A}{1 + \frac{1}{\mu} tg\alpha} = \frac{\mu A}{\mu + tg\alpha} = 1 \text{ Дж}$	1 Дж	15

5	$mV_0 = MV_1 + \frac{mV_0}{2}$ $V_1 = \frac{mV_0}{2M}$ $m\frac{V_0}{2} = (m + 2M)V_2 \quad V_2 = \frac{mV_0}{2(m + 2M)}$ $L = (V_1 - V_2)t;$ $t = \frac{L}{V_1 - V_2} = \frac{L}{\frac{mV_0}{2M} - \frac{mV_0}{2(m+2M)}} = \frac{L}{\frac{mV_0}{2} \left(\frac{1}{M} - \frac{1}{m+2M} \right)} =$ $= \frac{2LM(m + 2M)}{mV_0(M + m)} = 360$	360	25
---	--	-----	----