



Олимпиада «МИСиС зажигает звезды»

Техническое направление

Заключительный этап 2021 г.

Вариант 1

9 класс

№	Задание	Ответы	Баллы
1	Вычислите без калькулятора: $\sqrt{2019 \cdot 2020 \cdot 2021 \cdot 2022 + 1}$		15
2	Найдите сумму $\frac{1}{\sqrt{1} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{98} + \sqrt{99}} + \frac{1}{\sqrt{99} + \sqrt{100}}$		20
3	В прямоугольник со сторонами 3 и 4 вписан прямоугольник, стороны которого относятся как 1:3. Найдите стороны вписанного прямоугольника.		25
4	Тело бросили вертикально вверх со скоростью $V_0 = 43$ м/с. Найти путь, пройденный телом за пятую секунду движения. Считать ускорение свободного падения $g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.		15
5	Из куска однородной проволоки изготовлен замкнутый контур, имеющий форму квадрата $ABCD$. К вершинам квадрата A и B подводят напряжение U , а затем то же самое напряжение U подводят к вершинам A и C . Во сколько раз ток, текущий через сторону AB , в первом случае отличается от тока, текущего через сторону AB , во втором?		25



Олимпиада «МИСиС зажигает звезды»

Техническое направление

Заключительный этап 2021 г.

Вариант 2

9 класс

№	Задание	Ответы	Баллы
1	Вычислите без калькулятора: $\sqrt{2020 \cdot 2021 \cdot 2022 \cdot 2023 + 1}$		15
2	Найдите сумму $\frac{1}{\sqrt{1} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{79} + \sqrt{80}} + \frac{1}{\sqrt{80} + \sqrt{81}}$		20
3	В прямоугольник со сторонами 4 и 5 вписан прямоугольник, стороны которого относятся как 1:3. Найдите стороны вписанного прямоугольника		25
4	Тело бросили вертикально вверх со скоростью $V_0 = 34$ м/с. Найти путь, пройденный телом за четвертую секунду движения. Считать ускорение свободного падения $g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.		15
5	Из куска однородной проволоки изготовлен замкнутый контур, имеющий форму квадрата $ABCD$ с диагональю AC . К вершинам квадрата A и C подводят напряжение. Во сколько раз ток, текущий через сторону AB , отличается от тока, текущего через диагональ AC ?		25



Олимпиада «МИСиС зажигает звезды»

Техническое направление

Заключительный этап 2021 г.

Вариант 3

9 класс

№	Задание	Ответы	Баллы
1	Вычислите без калькулятора: $\sqrt{2021 \cdot 2022 \cdot 2023 \cdot 2024 + 1}$		15
2	Найдите сумму $\frac{1}{\sqrt{1} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{62} + \sqrt{63}} + \frac{1}{\sqrt{63} + \sqrt{64}}$		20
3	В прямоугольник со сторонами 3 и 4 вписан прямоугольник, стороны которого относятся как 1:4. Найдите стороны вписанного прямоугольника		25
4	Тело бросили вертикально вверх со скоростью $V_0 = 46$ м/с. Найти путь, пройденный телом за пятую секунду движения. Считать ускорение свободного падения $g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.		15
5	Из куска однородной проволоки изготовлен замкнутый контур, имеющий форму квадрата $ABCD$. К вершинам квадрата A и B подводят напряжение. Во сколько раз мощность, выделяемая на сопротивлении AB , отличается от тока, текущего через диагональ DC ?		25



Олимпиада «МИСиС зажигает звезды»

Техническое направление

Заключительный этап 2021 г.

Вариант 4

9 класс

№	Задание	Ответы	Баллы
1	Вычислите без калькулятора: $\sqrt{2022 \cdot 2023 \cdot 2024 \cdot 2025 + 1}$		15
2	Найдите сумму $\frac{1}{\sqrt{1} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{119} + \sqrt{120}} + \frac{1}{\sqrt{120} + \sqrt{121}}$		20
3	В прямоугольник со сторонами 4 и 5 вписан прямоугольник, стороны которого относятся как 1:4. Найдите стороны вписанного прямоугольника.		25
4	Тело бросили вертикально вверх со скоростью $V_0 = 22$ м/с. Найти путь, пройденный телом за третью секунду движения. Считать ускорение свободного падения $g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.		15
5	Из куска однородной проволоки изготовлен замкнутый контур, имеющий форму квадрата $ABCD$. К вершинам квадрата A и B подводят напряжение U , а затем то же самое напряжение U подводят к вершинам A и C . Во сколько раз мощность, выделяемая на сопротивлении AB , в первом случае, отличается от мощности, выделяемой на сопротивлении AB во втором?		25



Олимпиада «МИСиС зажигает звезды»

Техническое направление

Заключительный этап 2021 г.

Вариант 1

9 класс

№	Задание	Ответы	Баллы
1	Пусть $a=2019$. $\sqrt{a(a+1)(a+2)(a+3)+1} =$ $\sqrt{(a^2+3a)(a^2+3a+2)+1} =$ $= \sqrt{y(y+2)+1} = \sqrt{y^2+2y+1} = \sqrt{(y+1)^2} = y+1$, где $y = a^2+3a$. Тогда искомое выражение равно $2019^2 + 3 \cdot 2019 + 1 = 4082419$	4082419	
2	Домножим каждую дробь на число, сопряженное знаменателю. Тогда в знаменателе всех дробей будет стоять 1, а в числителях $-\sqrt{2}-\sqrt{1}, \sqrt{3}-\sqrt{2}, \sqrt{4}-\sqrt{3}, \dots, \sqrt{100}-\sqrt{99}$. Складывая все числители, получим $\sqrt{100}-\sqrt{1} = 9$	9	
3	Пусть больший прямоугольник – ABCD, а вписанный – $A_1B_1C_1D_1$, причем точка A_1 лежит на стороне AB, B_1 – на стороне BC и т.д. Треугольники AA_1D_1 и DD_1C_1 являются подобными, поэтому соответствующие стороны этих треугольников пропорциональны, то есть $\frac{A_1A}{D_1D} = \frac{A_1D_1}{D_1C_1} = \frac{D_1A}{C_1D} = 3$ (*). Обозначим $A_1D=y$, $C_1D=z$. Найдем $DD_1=4-y$; $CC_1=3-z$. Подставляя эти величины в равенства (*), находим $y=27/8$; $z=9/8$. Тогда $D_1C_1=x=\sqrt{106}/8$.	$\frac{\sqrt{106}}{8}, \frac{3\sqrt{106}}{8}$	
4	Зависимость скорости тела от времени: $V = V_0 - gt$. Время подъема $t = \frac{V_0}{g} = 4,3$ с Тогда за пятую секунду тело от 4 с до 4,3 с тело поднимается, а за время от 4,3 с до 5 с опускается. Путь за пятую секунду равен $S = \frac{gt_1^2}{2} + \frac{gt_2^2}{2} = 2,9$ м ($t_1 = 0,3$ с; $t_2 = 0,7$ с)	2,9 м	
5	Пусть R – сопротивление стороны квадрата В первом случае общее сопротивление $R_0 = \frac{R \cdot 3R}{4R} = \frac{3}{4}R$ Общий ток $I_{01} = \frac{U}{R_0} = \frac{4U}{3R}$ $I_{01} = I_{AB1} + I_2$ $RI_{AB1} = 3RI_2$ $I_2 = \frac{I_{AB1}}{3}$ $I_{01} = \frac{4}{3}I_{AB1}$ $I_{AB1} = \frac{U}{R}$ Во втором случае общее сопротивление $R_{02} = R$	2	

	Ток через АВ: $I_{AB2} = \frac{I_{02}}{2} = \frac{U}{2R}$ $\frac{I_{AB1}}{I_{AB2}} = 2$		
--	---	--	--