



# Олимпиада «МИСиС зажигает звезды»

Техническое направление

Заключительный этап 2021 г.

**Вариант 1**

**10 класс**

№	Задание	Ответы	Баллы
1	Найдите сумму $\frac{1}{\sqrt{1+\sqrt{2}}} + \frac{1}{\sqrt{2+\sqrt{3}}} + \frac{1}{\sqrt{3+\sqrt{4}}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{98+\sqrt{99}}} + \frac{1}{\sqrt{99+\sqrt{100}}}$		15
2	В прямоугольник со сторонами 3 и 4 вписан прямоугольник, стороны которого относятся как 1:3. Найдите стороны вписанного прямоугольника.		20
3	Найдите остаток от деления числа $2021^{2022} + 2023^{2022}$ на 2022.		25
4	Шарик брошен с поверхности земли под углом $\alpha = 45^\circ$ к горизонту с начальной скоростью $V_0 = 10$ м/с в направлении вертикальной стенки, расстояние до которой $l = 7$ м. На какой высоте $h$ мяч ударится о стенку? Сопротивлением воздуха пренебречь. Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с <sup>2</sup> .		15
5	Из куска однородной проволоки изготовлен замкнутый контур, имеющий форму квадрата $ABCD$ . К вершинам квадрата $A$ и $B$ подводят напряжение $U$ , а затем то же самое напряжение $U$ подводят к вершинам $A$ и $C$ . Во сколько раз ток, текущий через сторону $AB$ , в первом случае отличается от тока, текущего через сторону $AB$ , во втором?		25



## Олимпиада «МИСиС зажигает звезды»

Техническое направление

Заключительный этап 2021 г.

Вариант 2

10 класс

№	Задание	Ответы	Баллы
1	Найдите сумму $\frac{1}{\sqrt{1+\sqrt{2}}} + \frac{1}{\sqrt{2+\sqrt{3}}} + \frac{1}{\sqrt{3+\sqrt{4}}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{79+\sqrt{80}}} + \frac{1}{\sqrt{80+\sqrt{81}}}$		15
2	В прямоугольник со сторонами 4 и 5 вписан прямоугольник, стороны которого относятся как 1:3. Найдите стороны вписанного прямоугольника.		20
3	Найдите остаток от деления числа $2025^{2022} + 2027^{2022}$ на 2026.		25
4	С какой скоростью $V_0$ бросили шарик с поверхности земли под углом $\alpha = 45^\circ$ к горизонту в направлении вертикальной стенки, расстояние до которой $l = 7$ м, если он ударился о стенку на высоте $h = 2$ м. Сопротивлением воздуха пренебречь. Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с <sup>2</sup> .		15
5	Из куска однородной проволоки изготовлен замкнутый контур, имеющий форму квадрата $ABCD$ . К вершинам квадрата $A$ и $B$ подводят напряжение $U$ , а затем то же самое напряжение $U$ подводят к вершинам $A$ и $C$ . Во сколько раз ток, текущий через сторону $AB$ , в первом случае отличается от тока, текущего через сторону $AB$ , во втором?		25



## Олимпиада «МИСиС зажигает звезды»

Техническое направление

Заключительный этап 2021 г.

Вариант 3

10 класс

№	Задание	Ответы	Баллы
1	Найдите сумму $\frac{1}{\sqrt{1} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{62} + \sqrt{63}} + \frac{1}{\sqrt{63} + \sqrt{64}}$		15
2	В прямоугольник со сторонами 3 и 4 вписан прямоугольник, стороны которого относятся как 1:4. Найдите стороны вписанного прямоугольника		20
3	Найдите остаток от деления числа $2023^{2022} + 2025^{2022}$ на 2024.		25
4	На какое максимальное расстояние $S$ человек может отойти от забора высотой $H = 2,5$ м, если бросок камня через него производится с высоты $h = 2$ м от поверхности земли со скоростью $V_0 = 5$ м/с под углом $\alpha = 45^\circ$ к горизонту, а траектория камня должна пройти через верхнюю точку забора? Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с <sup>2</sup> .		15
5	Из куска однородной проволоки изготовлен замкнутый контур, имеющий форму квадрата $ABCD$ . К вершинам квадрата $A$ и $B$ подводят напряжение $U$ , а затем то же самое напряжение $U$ подводят к вершинам $A$ и $C$ . Во сколько раз ток, текущий через сторону $AB$ , в первом случае отличается от тока, текущего через сторону $AB$ , во втором?		25



## Олимпиада «МИСиС зажигает звезды»

Техническое направление

Заключительный этап 2021 г.

Вариант 4

10 класс

№	Задание	Ответы	Баллы
1	Найдите сумму $\frac{1}{\sqrt{1+\sqrt{2}}} + \frac{1}{\sqrt{2+\sqrt{3}}} + \frac{1}{\sqrt{3+\sqrt{4}}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{119+\sqrt{120}}} + \frac{1}{\sqrt{120+\sqrt{121}}}$		15
2	В прямоугольник со сторонами 4 и 5 вписан прямоугольник, стороны которого относятся как 1:4. Найдите стороны вписанного прямоугольника.		20
3	Найдите остаток от деления числа $2027^{2022} + 2029^{2022}$ на 2028.		25
4	На какое максимальное расстояние $S$ человек может отойти от забора высотой $H = 4$ м, если бросок камня производится с высоты $h = 2$ м от поверхности земли со скоростью $V_0 = 5$ м/с под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту, а траектория движения камня должна пройти через верхнюю точку забора? Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с <sup>2</sup> .		15
5	Из куска однородной проволоки изготовлен замкнутый контур, имеющий форму квадрата $ABCD$ . К вершинам квадрата $A$ и $B$ подводят напряжение $U$ , а затем то же самое напряжение $U$ подводят к вершинам $A$ и $C$ . Во сколько раз ток, текущий через сторону $AB$ , в первом случае отличается от тока, текущего через сторону $AB$ , во втором?		25



## Олимпиада «МИСиС зажигает звезды»

Техническое направление  
Заключительный этап 2021 г.

Вариант 1  
10 класс

№	Задание	Ответы	Баллы
1	<p>Домножим каждую дробь на число, сопряженное знаменателю. Тогда в знаменателе всех дробей будет стоять 1, а в числителях <math>-\sqrt{2} - \sqrt{1}, \sqrt{3} - \sqrt{2}, \sqrt{4} - \sqrt{3}, \dots, \sqrt{100} - \sqrt{99}</math>.</p> <p>Складывая все числители, получим <math>\sqrt{100} - \sqrt{1} = 9</math>.</p>	9	
2	<p>Пусть больший прямоугольник – <math>ABCD</math>, а вписанный – <math>A_1B_1C_1D_1</math>, причем точка <math>A_1</math> лежит на стороне <math>AB</math>, <math>B_1</math> – на стороне <math>BC</math> и т.д. Треугольники <math>AA_1D_1</math> и <math>DD_1C_1</math> являются подобными, поэтому соответствующие стороны этих треугольников пропорциональны, то есть <math>\frac{A_1A}{D_1D} = \frac{A_1D_1}{D_1C_1} = \frac{D_1A}{C_1D} = 3</math> (*). Обозначим <math>A_1D=y</math>, <math>C_1D=z</math>. Найдем <math>DD_1=4-y</math>; <math>CC_1=3-z</math>. Подставляя эти величины в равенства (*), находим <math>y=27/8</math>; <math>z=9/8</math>. Тогда <math>D_1C_1=x=\sqrt{106}/8</math>.</p>	$\frac{\sqrt{106}}{8}, \frac{3\sqrt{106}}{8}$	
3	<p>После раскрытия всех скобок получается выражение, которое можно представить в виде <math>2022A + 1</math>. Оно, очевидно, делится на 2022 с остатком 1.</p> $2023^{2022} = (2022 + 1)^{2022} = \underbrace{(2022 + 1) \cdot (2022 + 1) \cdot \dots \cdot (2022 + 1)}_{2022 \text{ раз}}$ <p>Аналогично, после раскрытия всех скобок получается выражение, которое можно представить в виде <math>2022A + 1</math>. Оно, очевидно, делится на 2022 с остатком 1.</p> <p>Таким образом, каждое из слагаемых делится на 2022 с остатком 1, при этом сумма делится на 2022 с остатком 2.</p>	2	
4	$\begin{cases} x = v_0 \cos \alpha \cdot t = l \\ y = v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2} \end{cases}$ $t = \frac{l}{v_0 \cos \alpha}$ $y = v_0 \sin \alpha \cdot \frac{l}{v_0 \cos \alpha} - \frac{g}{2} \cdot \left(\frac{l}{v_0 \cos \alpha}\right)^2$ $h = l \cdot \operatorname{tg} \alpha - \frac{gl^2}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} = 2.1 \text{ м}$	2.1 м	
5	<p>Пусть <math>R</math> – сопротивление стороны квадрата</p> <p>В первом случае общее сопротивление <math>R_0 = \frac{R \cdot 3R}{4R} = \frac{3}{4}R</math></p> <p>Общий ток <math>I_{01} = \frac{U}{R_0} = \frac{4U}{3R}</math></p> $I_{01} = I_{AB1} + I_2$ $RI_{AB1} = 3RI_2$	2	

$$I_2 = \frac{I_{AB1}}{3}$$

$$I_{01} = \frac{4}{3} I_{AB1}$$

$$I_{AB1} = \frac{U}{R}$$

Во втором случае общее сопротивление  $R_{02} = R$

Ток через АВ:  $I_{AB2} = \frac{I_{02}}{2} = \frac{U}{2R}$

$$\frac{I_{AB1}}{I_{AB2}} = 2$$