1. Цель и задачи проведения олимпиадных мероприятий.

Одной из важнейших задач олимпиад для школьников является расширить кругозор, повысить уровень подготовки, развить интерес к науке, помочь школьникам более ярко обозначить склонность к тому или иному предмету и дать возможность раскрыть свой талант.

2. Роль математического образования в формировании личности.

1. Математику с давних времен называют царицей наук. Практически любая наука в той или иной степени использует математику. Даже гуманитарные науки, например, такие, как лингвистика широко используют математические методы. Таким образом, знание математики и умение пользоваться ее методами необходимо каждому.

2. Математика, как и прочие естественные науки, позволяет выработать четкость мышления и изложения, способность воспринимать новую информацию, что необходимо в любой последующей профессиональной деятельности.

3. Математика способствует развитию памяти и умению систематизировать полученные знания.

4. Обращаться к дополнительным источникам информации.

5. Очень важный личностный фактор – воспитание аккуратности и ответственности. Математика позволяет частично решить и такую проблему: при решении любой задачи уметь находить тот или иной способ проверки полученного результата. За свой ответ к задаче "отвечать головой".

При этом не стоит школьникам пользоваться черновиками, в реальной жизни мы всё делаем сразу "набело". Если они ошиблись, то пусть аккуратно обведут, зачеркнут эту часть текста и продолжают работу дальше. Такой подход заставляет сначала подумать, а потом писать. Отсутствие черновика дисциплинирует и мысли, и действия.

3. Об олимпиаде по математике "МИСиС зажигает звезды"

Наш университет проводит олимпиаду по математике для школьников 6-11 классов "МИСиС зажигает звезды". Наш университет также принимает активное участие в подготовке и проведении других олимпиад ("Объединенная межвузовская математическая олимпиада" (ОММО), которая проводится совместно с вузами Москвы и Петербурга), "Многофункциональная инженерная олимпиада "Звезда", включающая задачи по математике, и другие).

В прошлом году в отборочном туре нашей олимпиады " МИСиС зажигает звезды" приняли участие 1915 школьников, а в заключительном туре – 396. При этом было 24 победителя и призера.

Чтобы вы имели представление о характере задач олимпиады "МИСиС зажигает звезды" приведем несколько вариантов этой олимпиады.

В вариантах отборочного тура мы включаем только стандартные задачи.

Один из вариантов отборочного тура для 9 класса.

9.1. Решите уравнение: $(x-1)^4+5(x^2-5x+4)^2=36(x-4)^4$.

9.2. Решите неравенство: $\sqrt{2x^2-6|x|+4}\le 5-|x|$.

9.3. Решите систему неравенств

: $$\begin{cases} \frac{x+1}{3}+x-2\le\frac{2x+7}{2}+\frac{x+2}{3}+\frac{8x+21}{6} \\ \frac{5(x-14)}{12}-5/6<\frac{x+2}{8}-\frac{6-x}{8} \end{cases}.$$

9.4. Дан равнобедренный треугольник ABC (AB=BC). На сторонах AC и BC как на диаметрах построены окружности, которые пересекаются в точках C и D . Найдите длину хорды CD, если площадь треугольника ABC равна 2,5 , а AC=$\sqrt{5}$.

9.5. В 500 кг руды содержится некоторое количество железа. После удаления из руды 200 кг примесей, содержащих 12,5 % железа, процент железа в руде повысился в 1,5 раза. Сколько килограммов железа осталось в руде после удаления указанных 200 кг примесей?

Один из вариантов отборочного тура для 6 класса.

6.1. Решите уравнение: $\frac{x}{3}-\frac{x}{4}+\frac{x}{5}-\frac{x}{6}=\frac{7}{20}$.

6. 2. Найдите наибольший общий делитель чисел 4680 и 1547.

6. 3. Отрезок АВ разделён на три равных отрезка. Расстояние между серединой первого отрезка и точкой. В равно 7,5. Найдите координаты точек А и В, если известно, что начало отсчета находится в конце второго отрезка деления.

6.4. На сколько процентов увеличится объем прямоугольного параллелепипеда, если стороны его основания увеличить на 20% и 30% соответственно, а высоту - на 25%?

6. 5. Вычислите: $\left(\frac{4}{5}-\frac{3}{20}+\frac{1}{7}\right)\cdot 2\frac{1}{3}-\frac{17}{20}$.

Таким образом, чтобы успешно пройти отборочный тур, достаточно хорошо знать материал стандартной школьной программы,

Иного характера задачи могут входить в заключительный тур.

Задачи одного из вариантов заключительного тура для 6 класса.

6.1. Вычислите $\left(2\frac{2}{3}+1\frac{5}{8}\right):\frac{3}{5}-7\frac{1}{36}+\frac{7}{8}$.

6.2. Сравните, что больше 40% числа $8\frac{13}{14}$ или 30% числа $11\frac{3}{7}$?

6.3.Найдите координаты точки К, которая симметрична точке А(5) относительно точки
В(–2).

6.4.Вычислите: $1+2+3+...+50$.

6.5. В книжный магазин для продажи привезли учебники по математике и географии. Когда продали 40% учебников по математике и 35% учебников по географии, что составило в общей сложности 59 книг, то учебников по географии осталось в 6 раз меньше, чем по математике. Сколько учебников по математике привезли в магазин для продажи?

6.6.Решите в натуральных числах уравнение: $5x-2y=13$.

Задачи одного из вариантов заключительного тура для 11 класса.

11.1. Решите неравенство: $\frac{(x^2-6x+8)\sqrt{5-x}}{x^3-1} \le 0$.

11.2. Пловец плывет против течения реки (с постоянной скоростью) и встречает плывущую по течению пустую лодку. После этого он продолжает плыть еще 10 минут, а затем поворачивает назад и догоняет лодку в 200 метрах от места встречи. Найдите скорость течения реки (в км/час).

11.3. В равнобочную трапецию вписана окружность радиуса 1,5. Средняя линия делит трапецию на две фигуры, площади которых относятся как 3: 7. Найдите длины оснований трапеции.

11.4. Решите систему уравнений: $\begin{cases}(x+y)(x+z)=9\\(y+z)(y+x)=2\\(z+x)(z+y)=18\end{cases}$.

11.5. Найдите последнюю цифру числа

$123^{2016^{2017}}+9^{2015^{2016}}$.

11.6. Вычислите сумму: $\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\frac{1}{20}...+\frac{1}{9900}$.

Таким образом, в варианты заключительного тура входят стандартные и в какой-то степени нестандартные задачи, для решения которых требуются и опыт, а определенная изобретательность.

Остановимся подробнее на тематике задач наиболее часто встречающихся в олимпиадах по математике (не только в олимпиаде МИСиС).

4. Обзор тематики олимпиадных задач и вопросов, на которые следует обратить внимание при подготовке к олимпиадам по математике.

1. Признаки делимости натуральных чисел, отыскание наибольшего общего делителя с помощью алгоритма Евклида.

2. Принцип Дирихле (если по n ящикам раскладывают $n+1$ и более шаров, то, по крайней мере, в одном из ящиков будет не менее 2 шаров).

3. Отыскание рациональных корней многочлена с рациональными коэффициентами; обобщенная теорема Виета, многочлены с симметрично расположенными коэффициентами, деление многочлена на многочлен, отыскание наибольшего общего делителя двух многочленов с помощью алгоритма Евклида.

4. Решение линейных и нелинейных уравнений и неравенств с параметрами, а также уравнений и неравенств в целых числах.

5. Решение систем линейных и нелинейных уравнений и неравенств с двумя и тремя неизвестными. Решение линейных и нелинейных систем уравнений и неравенств с двумя и тремя неизвестными, содержащих параметр.

6. Решение текстовых задач, в том числе на проценты, а также текстовые задачи, которые решаются в целых числах.

7. Задачи по алгебре, геометрии и тригонометрии на доказательство.

8. Решение тригонометрических уравнений и неравенств, а также систем тригонометрических уравнений.

9. Теоремы, упрощающие решения задач, например, малая теорема Ферма, касающаяся натуральных чисел (если p - простое, то $a^p - a$ при любом a делится на p), а также неравенства, например, среднее геометрическое положительных чисел не превосходит их среднего арифметического.

10. Различные задачи по геометрии, в том числе задачи на построение, геометрические места точек, задачи, решения которых упрощаются, если применить аналитическую геометрию, задачи по стереометрии, которые решаются с помощью "развертки".

11. Логические задачи.

12. Комбинаторные задачи и задачи по теории вероятностей (классическая модель).

В прошлом году у нас был семинар для преподавателей, на котором мы разбирали некоторые задачи и методы их решения.

В силу ограниченности времени мы разберем только некоторые задачи и рассмотрим методы их решения.

5. Обзор и иллюстрация методов решения некоторых олимпиадных задач по математике.

Приведем ряд конкретных задач и на их примере покажем некоторые приемы решения такого рода задач.

1. Обычное тригонометрическое уравнение с небольшой "изюменкой".

Решите уравнение: $2|x+2|\cos x = x+2$.

Решение. Рассмотрим отдельно 3 случая.

1) $x+2=0 \to x=-2$

2) $\begin{cases} x+2>0 \\ \cos x = 1/2 \end{cases} \to \begin{cases} x>-2 \\ \cos x = \pm\pi/3+2\pi n \end{cases} \to \pm\pi/3+2\pi n, n=0,1,2,\ldots$

3) $\begin{cases} x+2<0 \\ \cos x = -1/2 \end{cases} \to \begin{cases} x<-2 \\ \cos x = 2\pi/3+2\pi k \end{cases} \to 2\pi/3+2\pi k, k=-1,-2,\ldots$

4) $\begin{cases} x+2<0 \\ \cos x = -1/2 \end{cases} \to \begin{cases} x<-2 \\ \cos x = -2\pi/3+2\pi m \end{cases} \to -2\pi/3+2\pi m, m=0,-1,-2,\ldots$

Ответ:

$-2; \pm\pi/3+2\pi n, n=0,1,2,\ldots 2\pi/3+2\pi k, k=-1,-2,\ldots; -2\pi/3+2\pi m, m=0,-1,-2,\ldots;$

При решении этой задача требуется не только решить (простенькое) тригонометрическое уравнение, но и произвести отбор решений, удовлетворяющих условию задачи. Эта задача была на олимпиаде ОММО.

2. Задачи на делимость целых чисел.

1. Найдите последнюю цифру числа $13^{(12^{11})}$.

Решение.

1) Рассмотрим последнюю цифру степеней числа 13: 13^1 – 3, 13^2 – 9, 13^3 – 7, 13^4 – 1, 13^5 – 3. Таким образом, последние цифры периодически повторяются.

2) Рассмотрим теперь показатель 12^{11} – это число кратно 4, то есть $12^{11} = 4 \cdot k$.

3) Из пунктов 1) и 2) следует, что последняя цифра данного числа будет такая же, как и у числа 13^4. Таким образом, последняя цифра числа $13^{(12^{11})}$ будет 1.

Ответ: 1.

Такого рода задачи были на олимпиаде в МИСиС, ОММО и на других олимпиадах по математике.

2. Найдите все двузначные числа, у которых сумма цифр после умножения на 3 не меняется.

Решение.

Если число n умножили на 3, то тогда его сумма цифр делится на 3, следовательно, сумма цифр самого числа n делится на 3 и число n делится на 3. Тогда при умножении на 3 получится, что число $3n$ делится на 9, и его сумма цифр делится на 9, а значит, сумма цифр и самого числа n делится на 9, т.е. n кратно 9. Выпишем такие двузначные числа 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90, 99 кратные 9. Посмотрим, какие из них удовлетворяют условию задачи.

n	сумма цифр	$3n$	сумма цифр
18	9	54	9
27	9	81	9
36	9	108	9
45	9	135	9
54	9	162	9
63	9	189	18

72	9	216	9
81	9	243	9
90	9	810	9
99	18	297	18

.

.

Ответ: 18, 27, 36, 45, 54, 72, 81, 90, 99

При решении этой задачи мы использовали признаки делимости на 3 и на 9 (сумма цифр делится на 3 и 9 соответственно). Полезно также помнить признаки делимости на 4 (2 последние цифры образуют двузначное число, которое делится на 4, пример, 3125616 делится на 4, а 3125674 не делится). Признак делимости на 5 (последняя цифра 0 или 5). Признак делимости на 11 (сумма цифр, стоящих на четных местах равна сумме цифр, стоящих на нечетных местах, иными словами, альтернированная сумма цифр равна нулю, например, число 2574 делится на 11: $2+7=5+4$, или $2-5+7-4=0$).

3. Докажите, что в последовательности чисел $11;111;1111;11111;...$ нет числа, которое является квадратом некоторого натурального n.

Решение.

1) Если натуральное число n четное, то его квадрат – четное число , а все данные числа нечетные.

2) Если n нечетное, то $n = 2k + 1$ и $n^2 = 4k^2 + 4k + 1$.

Таким образом, если от такого числа отнять 1, то получится число кратное 4.

3) Все числа указанного ряда кончаются на 11и если отнять 1, то они будут оканчиваться на 10, а 10 не делится на 4.

Итак, среди данного ряда чисел нет квадрата натурального числа.

4. Докажите, что для любого натурального n число $n^5 - n$ делится на 5.

Доказательство.

1) Разложим это число на множители $n^5 - n = n(n^4 - 1) = n(n^2 - 1)(n^2 + 1) = n(n-1)(n+1)(n^2 + 1)$. Если само n делится на 5, то, очевидно, данное число делится на 5. Если же n не делится на 5, то остатки при делении n на 5 могут быть 1, 2, 3, 4.

2) Если этот остаток равен 1, то, $n - 1$ делится на 5.

3) Если остаток равен 2, то $n = 5k + 2$, следовательно, $n^2 = 25k^2 + 20k + 4$ и $n^2 + 1$ делится на 5, и, учитывая пункт1), данное число делится на 5. Аналогичная ситуация, если остаток равен 3.

4) Если же остаток равен 4, то n + 1 делится на 5, то есть и в этом случае $n^5 - n$ тоже делится на 5.

Заметим, что этот факт немедленно следует из малой теоремы Ферма, о которой мы упоминали.

5. Найдите наибольший общий делитель (НОД) чисел 917 и 133.

Для этого воспользуемся алгоритмом Евклида. Его применение и проиллюстрируем на данном примере.

Решение.

$$\begin{aligned}&917 = 133\cdot 6 + 119\\&133 = 119\cdot 1 + 14\\&119 = 14\cdot 8 + 7\\&14 = 7\cdot 2\end{aligned}\;:$$

Поднимаясь снизу вверх, мы получим, что 119 делится на 7; 133 делится на 7, следовательно, и 917 делится на 7. Нетрудно видеть, что другой общий делитель 917 и 133 должен был бы быть делителем и 7. Значит, по определению это и есть наибольший общий делитель.

Ответ НОД $\{917,133\} = 7$

Заметим, что в процессе решения мы получили еще один полезный результат. Поднимаясь снизу вверх, получится, что $7 = 9\cdot 917 - 62\cdot 133$, т.е. для любых натуральных чисел A и B найдутся такие целые числа x и y, что

$Ax+By$= НОД $\{A, B\}$. В частности, если A и B – взаимно простые числа, то существуют такие целые числа x и y, что $Ax+By$=1. Причем, очевидно, это представление не единственное, так как к этому равенству можно добавлять сумму $Aq + Bp = 0$, где p, например, $-A$, а $q = B$.

6. Решите в целых числах уравнение $(x+2y-1)(x-y+4) = 5$.

Решение.

1) Так как 5 – простое число, то возможны 4 варианта:

$$\begin{cases}x+2y-1=1\\x-y+4=5\end{cases},\ \begin{cases}x+2y-1=-1\\x-y+4=-5\end{cases},\ \begin{cases}x+2y-1=5\\x-y+4=1\end{cases},\ \begin{cases}x+2y-1=-5\\x-y+4=-1\end{cases}.$$

2) Для первой системы $\begin{cases} x+2y-1=1 \\ x-y+4=5 \end{cases}$, вычитая из первого уравнения второе, получим, что $3y-5=-4$ – нет целых решений.

3) Аналогично для второй системы $\begin{cases} x+2y-1=-1 \\ x-y+4=-5 \end{cases}$, вычитая из первого уравнения второе, получим, что $3y-5=4$ откуда $y=3$ и $x=-6$.

4) Для третьей системы $\begin{cases} x+2y-1=5 \\ x-y+4=1 \end{cases}$, вычитая из первого уравнения второе, получим, что $3y-5=4$, откуда $y=3$ и $x=0$.

5) Наконец, для четвертой системы $\begin{cases} x+2y-1=-5 \\ x-y+4=-1 \end{cases}$, вычитая из первого уравнения второе, получим, что $3y-5=-4$ – нет целых решений.

Ответ: $\begin{cases} x_1=0 \\ y_1=3 \end{cases}; \begin{cases} x_2=-6 \\ y_2=3 \end{cases}.$

Заметим, что эта задача была на олимпиаде "МИСиС зажигает звезды".

3. Принцип Дирихле.

1. В классе 40 учеников. Найдется ли месяц в году, в котором отмечают свой день рождения не менее 4 учеников этого класса?

Решение.

Если бы в каждом месяце было меньше 4 дней рождения, то учеников было бы не больше $3 \cdot 12 = 36$, но их 40. Следовательно, хотя бы в одном месяце будет по меньшей мере 4 дня рождения.

Ответ: Да, найдется.

2. Докажите, что существует натуральное число, последние четыре цифры которого 1238, и которое делится на 1237.

Доказательство.

1) Рассмотрим все числа вида: 1238; 12381238; ….

2) Возьмем различных 1237 таких чисел, то есть столько, сколько различных остатков при делении на число 1237.

3) Тогда возможны два случая: либо у всех этих чисел разные остатки при делении на 1237, но тогда среди них есть число, у которого остаток 0 и, следовательно, это число делится на 1237, либо есть 2 числа m и n, у которых одинаковые остатки (принцип Дирихле).

4) Пусть для определенности $m > n$. Тогда их разность имеет вид: $m - n = 12381238...1238000...00 = 12381238...1238 \cdot 10^k$ и она делится на 1237.

5) Заметим, что число 1237 не имеет общих множителей с числом 10^k, следовательно, 10^k не может делиться на 1237, а, значит, на 1237 делится число 12381238…1238.

3. Имеются n натуральных чисел. Докажите, что среди них найдутся несколько (или может быть одно), сумма которых делится на n.

Решение.

Пусть $a_1, a_2, a_3, a_4, ..., a_n$ – эти числа. Рассмотрим суммы:

a_1

$a_1 + a_2$

$a_1 + a_2 + a_3$

$a_1 + a_2 + a_3 + a_4$

....

$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + ... + a_n$

Их ровно n. При делении на n различных остатков может быть тоже n: $0,1,2,3,4,...,(n-1)$. Следовательно, либо среди этих сумм есть число, которое делится на n, либо есть 2 суммы, у которых при делении на n одинаковые остатки. Разность таких сумм представляет собой тоже сумму некоторых чисел данного набора, и она делится на n.

Текстовые задачи, которые решаются в целых числах.

Фермерское хозяйство производит молоко, которым можно целиком заполнить некоторое количество бидонов по 50 литров каждый. Если это молоко разливать в сорокалитровые бидоны, то их понадобится на 5 бидонов больше, чем пятидесятилитровых, при этом один бидон будет неполным. Если же это молоко разливать в бидоны по 70 литров, то их понадобится на 4 бидона меньше, чем пятидесятилитровых, и один бидон тоже окажется неполным. Сколько литров молока произвело фермерское хозяйство?

Решение.

1) Количество молока, которое произвело фермерское хозяйство равно $50n$, где n - количество пятидесяти литровых бидонов.

2) По условию $40(n+4) < 50n < 40(n+5)$, откуда следует, что $160 < 10n < 200$, то есть $16 < n < 20$.

3) Из другого условия аналогично получим

$70(n-5)<50n<70(n-4)$, откуда следует, что $280<20n<350$, то есть $14<n<17{,}5$.

4) Таким образом, сопоставляя результаты пунктов 2) и 3), получим, что $16<n<17{,}5$ (n должно быть больше большего и еньше меньшего).

5) Итак, $n=17$, а количество фермерского молока равно 850 л.

Ответ: 850 л.

Заметим, что эта задача была на Многофункциональной инженерной олимпиаде "Звезда",

2) Одна тетрадь, 3 блокнота и 2 ручки стоят 98 рублей, а 3 тетради и 1 блокнот на 36 рублей стоят меньше, чем 5 ручек. Какова целое число рублей и цена тетради – четное число рублей?

Решение.

$$\begin{cases} 1m+3n+2k=98 \\ 3m+1n+36=5k \end{cases}.$$

2. Заметим, что по условию m – четное, но тогда n – четное и k – тоже четное.

2. Исключим m, для этого первое уравнение умножим на 3 и вычтем из него второе:

$8n+6k-36=294-5k \rightarrow 8n+11k=330 \rightarrow n=q11 \rightarrow q-$ четное, сократим последнее уравнение на 11 и получим, что $8q+k=30$.

3. Из этого уравнения следует, что $q=1,2,3$т.е.

$q=2, n=22, k=14$.

4. $n=22, k=14 \to \begin{cases} m+66+28=98 \to m=4 \\ 3m+22+36=70 \to m=4 \end{cases}$. Таким образом:

$m=4; n=22; k=14$

Ответ: тетрадь стоит 4; блокнот 22 и ручка 14 рублей

Заметим, что если отказаться от условия, что цена ручки – четное число, то появится второе решение: тетрадь стоит 21; блокнот 11 и ручка 22 рубля. В принципе такие задачи с неоднозначным ответом тоже часто встречаются. Отметим также, что в процессе решения этой задачи нам пришлось решить в целых числах систему двух уравнений с тремя неизвестными.

Заметим, что эта задача была на олимпиаде ОММО.

Логические задачи

Можно ли на окружности расставить 20 красных и несколько синих фишек так, чтобы в каждой точке окружности, диаметрально противоположной красной фишке, стояла синяя фишка, и никакие 2 синие фишки не стояли рядом.?

Решение.

1) Из условия следует, что красные и синие фишки должны чередоваться (если стоят подряд 2 красных, то напротив них рядом булут стоять две синих).

2) Из 1) и условия задачи следует, что фишек всего 40.

3) Тогда на полуокружности, у которой на левом конце стоит красная фишка, на правом будет стоять синяя, а между ними 19 фишек.

4) Поскольку цвета этих 19 фишек должны чередоваться, то по краям будут стоят фишки одного цвета.

5) Но тогда одна из них совпадет по цвету либо с фишкой на правом конце полуокружности, либо на левом.

6) Таким образом, указанная в задаче расстановка фишек не возможна.

5. Методика оценки олимпиадных работ по математике

Тур 1

1) Билет содержит 5 задач.

2) Напротив каждой задачи в билете стоит количество баллов, которые даются за правильно решенную задачу(задача считается решенной правильно, если правильный и обоснованный ход решения, а также правильный ответ).

3) Сумма всех баллов равна 100.

4) За особую оригинальность решения задачи, к основному количеству баллов могут добавляться "премиальные" баллы.

5) По результатам первого тура будут определяться участники, которые проходят во второй тур.

ЛИТЕРАТУРА

1. Математика. Районные олимпиады. 6—11 классы / Агаханов Н.Х., Подлипский О.К. – М. : Просвещение, 2010. — 192 с.

2. Математика. Областные олимпиады. 8—11 классы / [Агаханов Н. Х.,Богданов И. И., Кожевников П. А.и др.. – М. : Просвещение, 2010. — 239 с.

3. Математика. Всероссийские олимпиады. Вып. 1 / [Н. Х. Агаханов, И. И. Богданов, П. А. Кожевников и др.]. – М. : Просвещение, 2008. — 192 с.

.4. Математика. Всероссийские олимпиады. Вып. 2 /. Агаханов Н. Х,. Подлипский О. К; [под общ. ред. Демидовой С. И.,. Колисниченко И. И. – М. : Просвещение, 2009. — 159 с.

5. Математика. Международные олимпиады / Агаханов Н. Х., Кожевников П. А., Терешин Д. А.. – М. : Просвещение, 2010. — 127 с.

6. Балаян Э.Н. 1001 олимпиадная и занимательная задача по математике. 3-е изд. — Ростов н/Д : Феникс, 2008. — 364 с.

7. Васильев Н.Б., Савин А.П., Егоров А.А. Избранные олимпиадные задачи. Математика. – М.: Бюро Квантум, 2007. — 160 с.

8. Федоров Р. М.,. Канель-Белов А. Я,. Ковальджи А. К, Ященко И. В.. Московские математические олимпиады 1993—2005 г./ Под ред. В. М. Тихомирова. – М.: МЦНМО, 2006.— 456 с

9. Шклярский Д.О., Ченцов Н.Н., Яглом И.М.. Избранные задачи и теоремы элементарной математики. Арифметика. Алгебра. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2001 – 479 с

10. Объединенная межвузовская математическая олимпиада школьников 2012 года [сайт]. – http://olimpiads.mccme/ru/ommo/12/

11. Объединенная межвузовская математическая олимпиада школьников 2013 года [сайт]. – http://olimpiads.mccme/ru/ommo/13/

12. Объединенная межвузовская математическая олимпиада школьников 2014 года [сайт]. – http://olimpiads.mccme/ru/ommo/14/

13. Объединенная межвузовская математическая олимпиада школьников 2012 года [сайт]. – http://olimpiads.mccme/ru/ommo/15/

14. Вавилов В.В., Мельников И.И., Олехник С.Н. Пасиченко П.И. Задачи по математике. Алгебра.– М. : ФИЗМАТЛИТ, 2007 – 454 с.

15. Шарыгин И.Ф., Кордин Р.К.. Сборник задач по геометрии. 5000 задач с ответами. – М. : Астрель · АСТ, 2001 – 397 с.

16. Бабинская И.П. Задачи математических олимпиад.– М. : Наука, 1973 – 110 с.

17. Сборник задач по математике для поступающих во ВТУЗЫ (с решениями). Алгебра. (7-е издание) Под редакцией М.И.Сканави – М :"Высшая школа", 1994 – 526 с.

Кроме того, вам предложены пособия для 6-7, 8-9 и 10-11 классов, изданные в МИСиС. Содержания пособий для 8-9 и 10-11 классов во многом пересекаются, так как там рассматриваются задачи, которые могут быть в олимпиадах и тех, и других классов.

Во всех трех пособиях рассматриваются некоторые теоретические вопросы, приводятся подробные решения большого количества задач и упражнений (с ответами) для самостоятельной работы. Они рассчитаны на школьников, которые хотели бы более углубленно изучать математику, а также на всех, кто интересуется ЦАРИЦЕЙ НАУК.

M