Шифр

Олимпиада «МИСиС зажигает звезды»

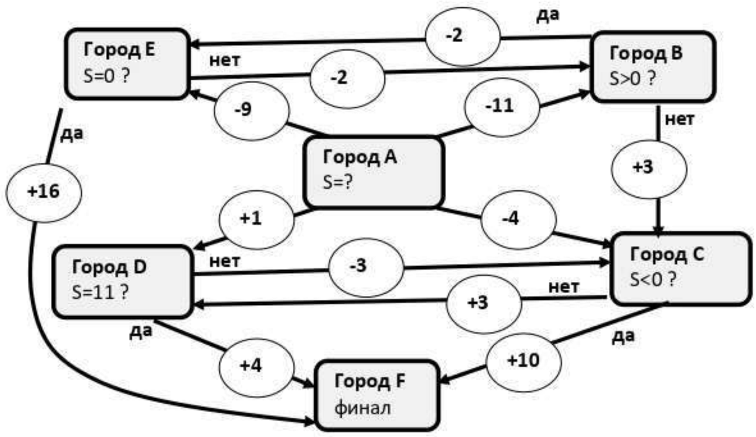
Информационно - технологическое направление

Заключительный этап 2021 г.

Вариант 2

11 класс

№	Задание	Ответы	Баллы
1	Дан многочлен тринадцатой степени с целочисленными коэффициентами. Известно, что при пяти различных целочисленных значениях аргумента он равен 11. Может ли этот многочлен иметь целочисленные корни? Ответ обоснуйте.		10
2	В процессе розыгрыша первенства по футболу каждая команда должна была сыграть по одному разу со всеми остальными. Команды Зеленых и Белых провели одинаковое количество матчей, после чего были сняты с соревнований. Остальные участники первенства доиграли до конца, и в итоге оказалось, что всего сыграно 58 матчей. Каким могло быть общее количество команд, участвовавших в розыгрыше, и успели ли Зеленые и Белые сыграть между собой? Дайте аргументированный ответ.		15
3	В треугольнике ABC угол A вдвое больше угла B, $AC = 4$ и $BC = 2\sqrt{11}$. Найдите AB.		25
4	Закодируйте слово ВОДОРОД, если известно, что для его кодирования выбран код переменной длины таким образом, что слово занимает минимально возможное количество символов, кодирование и декодирование производится с начала кодовой последовательности и для кодирования буквы Р использованы только нули.		10
5	Путешественник начинает свой путь в городе А, имея на своем банковском счету некоторое количество монет S. Сумма на счету – целое число, как положительное, так и отрицательное. Идти из города А он может в любом направлении. Каждая дорога увеличивает или уменьшает имеющуюся у него сумму денег. В следующем городе стражники отправляют путешественника далее в зависимости от того, сколько у него денег в настоящее время. При какой исходной сумме путешественник сможет максимально увеличить сумму на счету к концу маршрута (в городе F) относительно начальной? Каким путем это достигается? Сколько денег на счету будет у путешественника в конце пути в этом случае? Решение должно объяснять Ваш ответ и описывать путь путешественника, который обеспечит максимальный прирост суммы денег на счету в финальном городе. Ответ должен содержать исходное значение, путь (как цепочку городов) и сумму в итоге.		20



6

Робот Отрезок имеет возможность рисовать любые фигуры, состоящие из линий с помощью команды lines(a,u). По команде lines(a,u) Отрезок рисует отрезок длиной a, и поворачивает перо на угол u градусов против часовой стрелки.

Например, команда lines(5, 45) приведет к рисованию линии и повороту пера:

Команда cycle k (<список команд>) позволяет повторять список команд, указанный в скобках k раз.

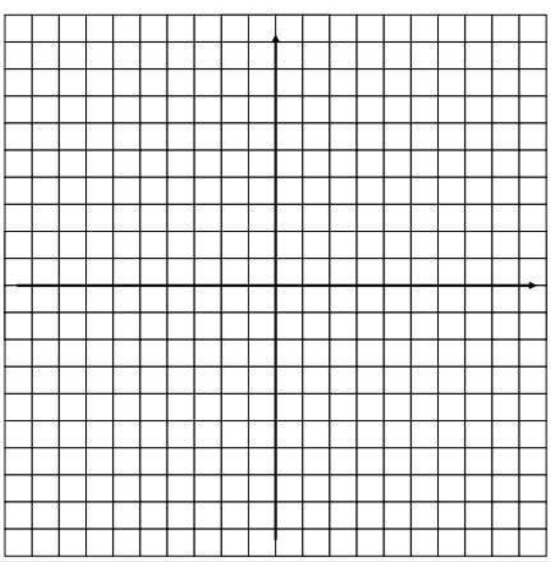
Отрезок умеет работать с целочисленными переменными. Определение и изменение значений переменных реализуется командой присвоения «=»; например, для переменной s

s=<новое значение s>, при этом новое значение переменной может быть как числовым значением, так и арифметическим выражением с использованием классических символов «+», «-», «/», «*».

Программы и подпрограммы Отрезка оформляются как <Имя программы / подпрограммы > (Список параметров для запуска) {Команды}, например Main (){}.

Изобразите, что нарисует Отрезок при запуске программы Main():

```
Linecycle(d, z, t)
{
cycle t (lines(d, z))
}
Main ()
{
a = 3
b = 1
cycle 6 (
Linecycle(a + b, 120, 3)
lines(0, 30)
lines(a*2, 30)
b = -b
)
}
```



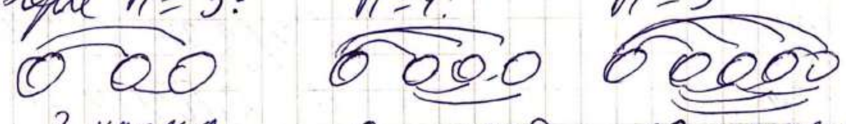
20

Трусов Михаил Павлович
Вариант II, 11 класс

№2| Для начала определим зависимость количества матчей от числа участников:

n	n_k
3	3
4	6 (3+3)
5	10 (6+4)
6	15
7	21
8	28
9	36
10	45
11	55
12	66
13	78

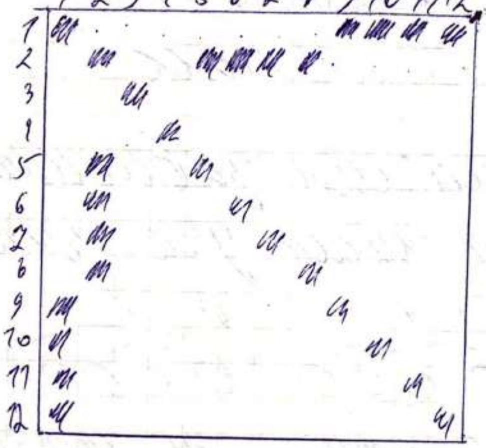
При $n = 3$: $n = 4$: $n = 5$



3 матча 6 матчей 10 матчей

Видим закономерность: число матчей, необходимое для выполнения условия олимпийской системы турнира (каждый с каждым) равняется числу матчей для $(n-1)$ плюс $(n-1)$.

Заполним таблицу далее по данной закономерности. Согласно условию, сыграно оказалось 58 матчей. $n = 11$ не подходит ($n_{11} < 58$), рассмотрим $n = 12$ ($n_{12} = 66$). Таким образом, не сыграно оказалось $66-58 = 8$ матчей. Поскольку по условию команды Зелёных и Белых провели одинаковое число матчей, а число оставшихся матчей чётно - приходим к выводу, что Белые и Красные успели сыграть между собой. Поскольку командам осталось играть одинаковое число матчей - приходим к выводу, что что Зелёным и Красным осталось сыграть по 4 матча. Составим таблицу для наглядности:



Пусть Белые - команда 1, а Зелёные - команда 2.

Пусть оставшиеся 4 матча Белые должны были сыграть с командами (9-12), а Зелёные - (5-8)

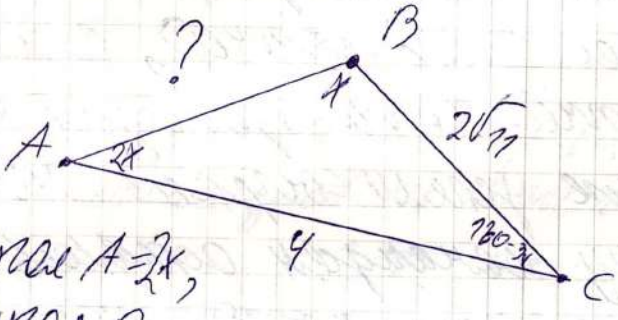
Возможны иные варианты!

Если подсчитать число матчей, получим число ~~...~~ 116. Поскольку матч между командой 5 и 6 (например), то же самое, что и матч между 6 и 5, поделим 116 на 2.

Получим 58 ⇒ именно столько матчей и сыграли на данном турнире.

Ответ: 12 ; успели.

№3



Пусть угол $A = 2x$, тогда угол $B = x$

Тогда угол $C = 180 - \angle A - \angle B = 180 - 2x - x = 180 - 3x$ т.к. сумма углов треугольника равна $180°$.

Для поиска стороны AB воспользуемся теоремой косинусов:

$$AB^2 = BC^2 + AC^2 - 2 \cdot BC \cdot AC \cdot \cos(C)$$

$$\cancel{AB^2 = (2\sqrt{11})^2 +}$$

$AB = \sqrt{(2\sqrt{11})^2 + 4^2 - 2\cdot 2\sqrt{11}\cdot 4 \cdot \cos(180-3x)}$

$AB = \sqrt{60 + 16\sqrt{11}\cdot \cos(3x)}$ $\qquad \cos(\pi - 3x) = -\cos(3x)$

С другой стороны, по теореме синусов:

$\frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B}$

формула удвоенного угла

$\frac{2\sqrt{11}}{\sin(2x)} = \frac{4}{\sin(x)} \iff \cancel{2}\sqrt{11}\cancel{\sin x} = 4\cdot\cancel{2}\cancel{\sin x}\cos x \iff 4\cos x = \sqrt{11} \iff$

$\cos x = \frac{\sqrt{11}}{4}$

Для AB воспользуемся формулой ~~...~~ косинуса тройного угла:

$\cos(3x) = 4\cos^3 x - 3\cos x$

Подставим значения:

$AB = \sqrt{60 + 16\sqrt{11}\cdot\left(4\cdot\left(\frac{\sqrt{11}}{4}\right)^3 - 3\cdot\left(\frac{\sqrt{11}}{4}\right)\right)}$

Упростим себе жизнь вычислением на непрограммируемом калькуляторе

$AB = 7$

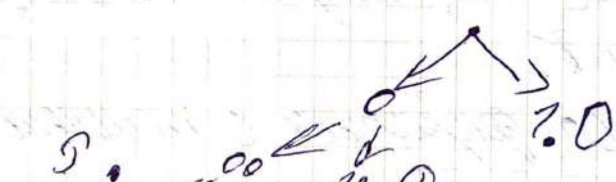
Ответ: AB = 7

№4 ВОДОРОД.

Составим таблицу частоты употребления букв

1 раз В
3 р О
2 р Д
1 р Р

Согласно правилу Фано и условию (Р - только один)



Итого:

В О Д О Р О Д

001 1 11 1 000 1 11

13 симв

Ответ: 13

Стр 3

№5) Город A - стартовая точка маршрута
Город F - конечная точка маршрута

Рассмотрим направления (развилки) для каждого города (E, B, C, D)

E: $S=0 \models\Rightarrow +16.$
$S\neq 0 \models\Rightarrow -2; B$

B: $S>0 \models\Rightarrow -2; E$
$S\leq 0 \models\Rightarrow +3; C$

C: $S<0 \models\Rightarrow +10.$
$S\geq 0 \models\Rightarrow +3; D$

D: $S=11 \models\Rightarrow +4.$
$S\neq 11 \models\Rightarrow -3\ C$

Наблюдаем взаимосвязь между E и B; C и D

E<=>B: будут вычитаться -2, пока $S>0$ и $S\neq 0$

C<=>D: пока $S\neq 11$ и $S\geq 0$; происходит -3 в C и $+3$ в D

Сразу заметим, что из города E в случае, если $S=0$, завершаем маршрут с $\boxed{16}$.

Если рассмотреть D, то мы завершим маршрут с $11+4 \models\Rightarrow \boxed{15}$, то есть из города D маршрут завершать невыгодно.

Из города C финишировать так же невыгодно. $+10$ начисляется при $S<0$, максимально $S<0$ - (-1). Итого будет $\boxed{9}$, а это уже слишком мало.

Из города B финиша нет, следовательно, финишируем из города E.

До него необходимо добраться с наименьшими потерями. стр 4

Если идти прямиком в E, то при $S = 9$, получим $S = 16$, прирост - $\boxed{7}$.
Все иные пути содержат вычитание, следовательно, прирост будет ещё меньше
Пример: $A \to B$ (-11), но потом (-2), так что $S_0 = 13$, итог - 16, прирост - $\boxed{3}$.
Исходя из данных рассуждений, самым оптимальным и прибыльным маршрутом является $A \to E \to F$ (прирост - $\boxed{7}$)
Однако мои рассуждения не брали в расчет более выгодный маршрут.
Если начать с $S = 1$, пройти в D $(1+1=2)$, т.к $2 \neq 11$ пройти через -3 в C $(S=-1)$, как $S=-1$ пройти в $F(+10) = 9$. Прирост $=$
$= 9 - 1 = \boxed{8}$.

Ответ: исходное: $S = 1$
путь: $A \to D \to C \to F$
результат: $S = 9$
прирост: 8

№6) Программировав исходный код программы, составим алгоритм действий

Отрезки:

Используются две функции

$1 \begin{cases} a=3 \\ b=1 \\ f(4;120;3) \end{cases}$

доп. угл

$2 \begin{cases} a=3 \\ b=-1 \\ f(2;120;3) \end{cases}$

доп. угл

$3 \begin{cases} a=3 \\ b=1 \\ f(4;120;3) \end{cases}$

доп. угл

$4 \begin{cases} a=3 \\ b=-1 \\ f(2;120;3) \end{cases}$

доп. угл

$5 \begin{cases} a=3 \\ b=1 \\ f(4;120;3) \end{cases}$

доп. угл

$6 \begin{cases} a=3 \\ b=-1 \\ f(2;120;3) \end{cases}$

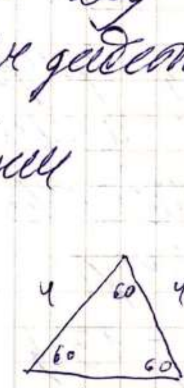
доп. угл

$f(4;120;3)$:

$1\{4;120$

$2\{4;120$

$3\{4;120$

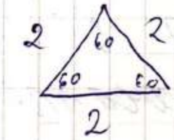


$f(2;120;3)$:

$1\{2;120$

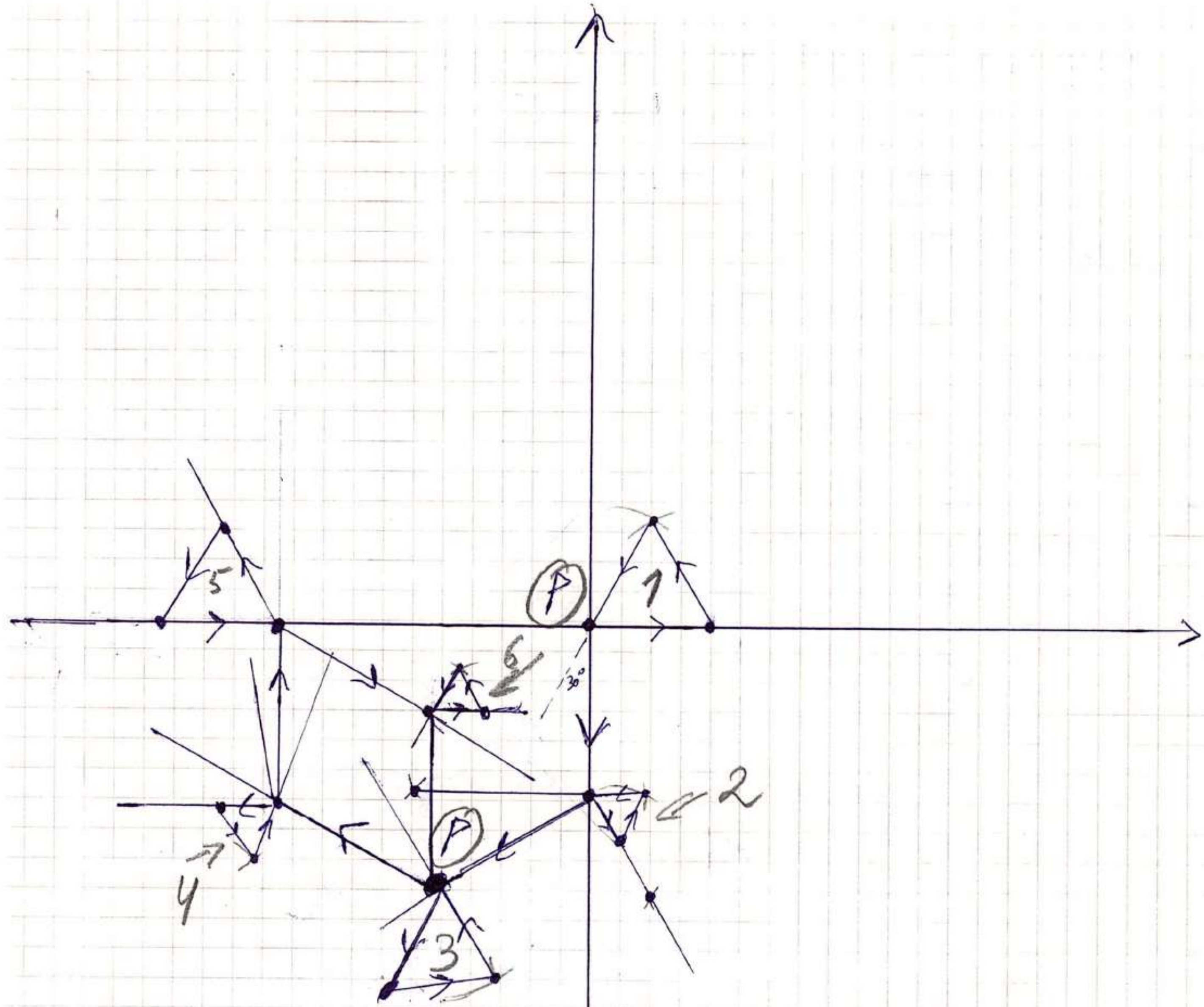
$2\{2;120$

$3\{2;120$



Попробовав выполнить часть 1, приходим к выводу, что будет начерчено 6 треугольников, из которых 3 с длиной стороны 4, а 3 - с длиной стороны 2, все они равносторонние, все углы треугольников равны по 60°.

Попробуем смоделировать примерный результат работы программы (ввиду отсутствия транспортира, чертёж получается немного неточным).



стр 7