



Олимпиада «МИСиС зажигает звезды»
Информационно - технологическое направление
Заключительный этап 2021 г.

Вариант 2
10 класс

№	Задание	Ответы	Баллы
1	Радиус окружности равен 7, а длина хорды AB этой окружности равна 13. Найдите расстояние от точки A до касательной проведенной к окружности в точке B .		10
2	Даны 2 трехзначных числа, причем ни одно из них не делится на 27. Припишем к первому числу второе, получится шестизначное число. Затем ко второму припишем первое, получим другое шестизначное число. В итоге получим 2 шестизначных числа. Вычтем из большего меньшее. Будет ли эта разность делиться на 27? Ответ обоснуйте.		15
3	Решите систему уравнений: $\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 91 \\ x^2 + xz + z^2 = 52 \\ y^2 + yz + z^2 = 39 \end{cases}$		25
4	Закодируйте слово АТАКА, если известно, что для его кодирования выбран код переменной длины таким образом, что слово занимает минимально возможное количество символов, кодирование и декодирование производится с начала кодовой последовательности и для кодирования буквы К использованы только единицы.		15
5	<p>Определите номера утверждений, которые <u>следуют</u> из исходного утверждения: «Мировой рекорд в легкой атлетике в беге на 100 метров составил 9,58 секунд. Кошка пробегает 100 метров за 8 секунд.»</p> <p>В качестве ответа напишите номера утверждений. Решение должно объяснять ответ.</p> <ol style="list-style-type: none"> Кошка бежит 100 метров быстрее человека Кошка бежит 200 метров быстрее человека Кошка бежит быстрее бегемота Человек бежит быстрее черепахи Человек не может пробежать 100 метров за 9 секунд Средняя скорость чемпиона по легкой атлетике в беге на 100 метров более, чем 10 метров в секунду. Чемпион по легкой атлетике обгонит чемпиона по стрельбе Любая кошка обгонит чемпиона по легкой атлетике Человек не может догнать кошку Существо на четырех ногах перемещается быстрее двуногого 		15

Робот Отрезок имеет возможность рисовать любые фигуры, состоящие из линий с помощью команды `lines(a,u)`. По команде `lines(a,u)` Отрезок рисует отрезок длиной `a`, и поворачивает перо на угол `u` градусов против часовой стрелки.

Например, команда `lines(5, 45)` приведет к рисованию линии и повороту пера:



Команда `cycle k (<список команд>)` позволяет повторять список команд, указанный в скобках `k` раз.

Отрезок умеет работать с целочисленными переменными. Определение и изменение значений переменных реализуется командой присвоения «`=`»; например, для переменной `s` `s=<новое значение s>`, при этом новое значение переменной может быть как числовым значением, так и арифметическим выражением с использованием классических символов «`+`», «`-`», «`/`», «`*`».

6

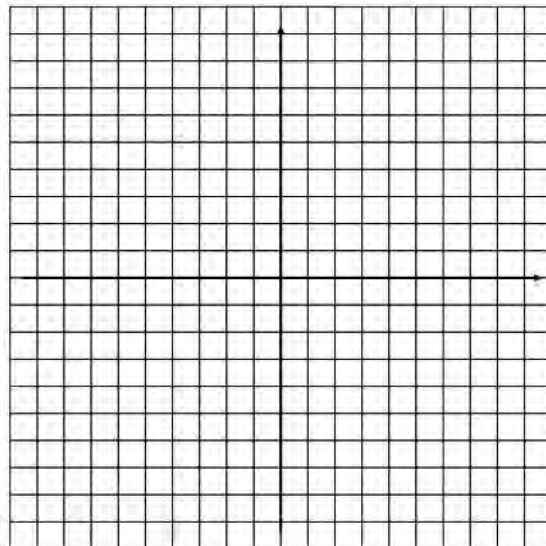
Программы и подпрограммы Отрезка оформляются как `<Имя программы / подпрограммы > (Список параметров для запуска) {Команды}, например Main () {}.`

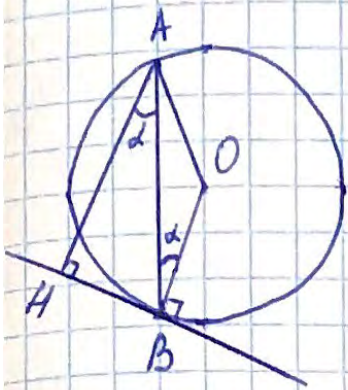
Изобразите, что нарисует Отрезок при запуске программы `Main()`:

```

Linecycle(d, z, t)
{
  cycle t (lines(d, z))
}
Main ()
{
  cycle 12 (
  Linecycle(4, 120, 3)
  lines(0, 30)
  )
}

```





✓1

Дано: $(O; R)$; $R=7$; AB -хорда $(O; R)$;

$AB=13$; BH -кас. $(O; R)$, $B \in BH$, $B \in (O; R)$

Найти: $d(A; BH)$

Решение:

1) Д.н.: $AH \perp BH$, $AH \cap BH = H \Rightarrow AH = d(A; BH)$

OB - отрезок, соединяет центр окр. и точку касания \Rightarrow

$\Rightarrow OB \perp BH$

2) $AH \perp BH$

$OB \perp BH$

$\Rightarrow AH \parallel OB$

AB - секущ.

$\Rightarrow \angle HAB = \angle ABO$ (как накрест. углы) $= \alpha$

3) ~~Рассм.~~ Рассм. $\triangle HAB$ - прямоугольный:

$$\cos \alpha = \frac{AH}{AB} \Rightarrow AH = AB \cdot \cos \alpha$$

Рассм. $\triangle ABO$:

$$\text{По т. кос: } AO^2 = AB^2 + BO^2 - 2 \cdot \cos \alpha \cdot AB \cdot BO$$

$$R^2 = AB^2 + R^2 - 2 \cdot \cos \alpha \cdot AB \cdot R$$

$$2 \cos \alpha \cdot AB \cdot R = AB^2$$

$$\cos \alpha = \frac{AB}{2R}$$

$$4) AH = AB \cdot \cos \alpha = AB \cdot \frac{AB}{2R} = \frac{AB^2}{2R} = \frac{13^2}{2 \cdot 7} = \frac{169}{14} = 12 \frac{1}{14}$$

$$d(A; BH) = AH = \frac{169}{14} = 12 \frac{1}{14}$$

Ответ: $12 \frac{1}{14}$

№2

Обозначим первое ~~к~~ трёхзначное число как $\overline{abc} = 100a + 10b + c$, а второе как $\overline{def} = 100d + 10e + f$.
По условию $\overline{abc} \div 27$ и $\overline{def} \div 27$.

После приписывания одного числа к другому,
получим: $\overline{abcdef} = 100000a + 10000b + 1000c + 100d + 10e + f$

После приписывания второго числа к первому,
получим: $\overline{defabc} = 100000d + 10000e + 1000f + 100a + 10b + c$

После вычитания получим:

$$\overline{abcdef} - \overline{defabc} = 99900a + 9990b + 999c - 99900d - 9990e - 999f$$

Вынесем общий множитель 999 и получим:

$$\underbrace{999}_{\div 27} \left(\underbrace{100a + 10b + c - 100d - 10e - f}_{\in \mathbb{Z}} \right)$$

Поэтому после вычитания мы получим число,
деленное на 27

Ответ: да

№3

$$\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 91 & (1) \\ x^2 + xz + z^2 = 52 & (2) \\ y^2 + yz + z^2 = 39 & (3) \end{cases}$$

(1)-(2)

(1)-(3)

(2)-(3)

$$x^2 + xy + y^2 - x^2 - xz - z^2 = 39$$

$$x^2 + xy + y^2 - y^2 - yz - z^2 = 52$$

$$x^2 + xz + z^2 - y^2 - yz - z^2 = 13$$

$$x(y-z) + y^2 - z^2 = 39$$

$$y(x-z) + x^2 - z^2 = 52$$

$$z(x-y) + x^2 - y^2 = 13$$

$$x(y-z) + (y-z)(y+z) = 39$$

$$y(x-z) + (x-z)(x+z) = 52$$

$$z(x-y) + (x-y)(x+y) = 13$$

$$(y-z)(x+y+z) = 39$$

$$(x-z)(x+y+z) = 52$$

$$(x-y)(x+y+z) = 13$$

(4)

(5)

(6)

В каждой из ур-й (4), (5), (6) есть общий множитель $x+y+z$, а также в каждой из чисел 39, 52, 13 есть делитель 13, $\Rightarrow x+y+z=13$, поэтому очевидно, что можно сделать преобразование и в итоге получить, что:

$$\begin{cases} y-z = \frac{39}{13} \\ x-z = \frac{52}{13} \\ x-y = \frac{13}{13} \\ x+y+z = 13 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y-z = 3 \\ x-z = 4 \\ x-y = 1 \\ x+y+z = 13 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 3+z \\ x+3+2z = 13 \\ x-y = 1 \\ x-z = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 3+z \\ x = 4+z \\ 4+3+3z = 13 \\ x-y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} z = 2 \\ y = 5 \\ x = 6 \end{cases}$$

Ответ: (6; 5; 2)

н4

Чтобы было использовано минимальное количество символов, нужно, чтобы самая ~~часто~~ часто встречаемая буква слова была закодирована наименьшим к-вом символов. В данном случае это буква "А". Т.к. в букве "к" используются только "1", то "А" = 0. Тогда "к" = 11, а "Т" = 10. Итого получим:

0100110

Ответ: 0100110

н5

В исходном утверждении сказано, что кошка пробегает 100 м за 8 секунд, а человек 9,58 м/с \Rightarrow
 \Rightarrow можно сделать вывод, что кошка бежит 100 м быстрее человека \Rightarrow (1) - подходит. Но не знает, что кошка пробежит 200 м быстрее человека \Rightarrow (2) - не подходит. Пробежит ли ничего не было сказано \Rightarrow (3) - не подходит. Про черепашку также нет данных \Rightarrow (4) - не подходит. Т.к. человек не может пробежать 100 м за меньшее время \Rightarrow (5) - подходит. $v_{\text{чел}} = \frac{s_{\text{чел}}}{t_{\text{чел}}} = \frac{100 \text{ м}}{9,58 \text{ с}} = 10,4 \text{ м/с} \leftarrow$

\Rightarrow (6) - подходит. Нам ничего не сказано про то, как делают
 чемпионы по стрельбе \Rightarrow (7) - не подходит. Не любая кошка
 обижает человека, т.к. есть кошки, которые не имеют
 некоторых компетенций, что мешает им бегать, поэтому
 они пробежат медленнее чемпионов \Rightarrow (8) - не подходит.
 Нам ничего не было сказано про ^{то,} ~~делая~~ как действует человек,
 когда он догоняет, поэтому мы не можем сделать
 вывод, что человек не догонит кошку \Rightarrow (9) - не подходит.
 Существуют животные с четырьмя ногами, но передви-
 гаются очень медленно \Rightarrow мы не можем сделать
 однозначный вывод по (10) утвержд. \Rightarrow (10) - не подходит.

Ответ: 1, 5, 6

нб

