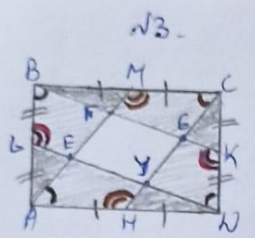




Олимпиада «МИСиС зажигает звезды»
 Информационно - технологическое направление
 Заключительный этап 2021 г.

Вариант 2
9 класс

№	Задание	Ответы	Баллы
1	Решите в целых числах уравнение: $3xu - 2y^2 = 18$.		10
2	Найдите вероятность того, что среди цифр наудачу выбранного трехзначного числа цифра 5 содержится ровно 2 раза, и это число делится на 3.		15
3	В прямоугольнике $ABCD$ соединили отрезком прямой вершину A с серединой стороны BC , вершину B – с серединой CD , вершину C – с серединой AD и вершину D – с серединой AB . В результате прямоугольник разбили на 9 фигур: 4 треугольника и 5 четырехугольников, один из которых (центральный) не имеет общих точек с границей прямоугольника. Известно, что площадь всего прямоугольника равна 7, а сумма площадей четырехугольников, имеющих общие точки с границей прямоугольника, равна $4,2$. Найдите сумму площадей четырех треугольников.		25
4	Определите наименьшее количество символов для кодирования слова КУКУШКА, используя код переменной или постоянной длины.		15
5	<p>Путешественник начинает свой путь в городе А, имея на своем банковском счету некоторое количество монет. Сумма на счету – целое число, как положительное, так и отрицательное. Идти из города А он может в любом направлении. Каждая дорога увеличивает или уменьшает имеющуюся у него сумму денег. В каждом следующем городе стражники отправляют путешественника далее в зависимости от того, сколько у него денег в настоящее время.</p> <pre> graph TD A["Город А Σ = 13"] -- "+1" --> D["Город D Σ = 13 ?"] A -- "+4" --> C["Город C Σ < 0 ?"] D -- "-3" --> A D -- "+3" --> C C -- "+3" --> D C -- "+16" --> F["Город F финал"] F -- "+4" --> D A -- "-2" --> B["Город B Σ > 0 ?"] B -- "-13" --> A B -- "-2" --> E["Город E Σ = 0 ?"] E -- "-1" --> B E -- "-2" --> A E -- "+12" --> F B -- "+3" --> C C -- "+3" --> B </pre> <p>Определите, по какому маршруту должен пройти</p>		15



Дано: $mp-k ABCD$, $BM=MC$, $CK=KD$, $AN=ND$,
 $AB=LB$, $S_{ABCD} = 7$, $S_{AEYM} + S_{YGKN} + S_{FMCG} + S_{LEFB} = 4,2$
 Найти: $S_{BFM} + S_{CGK} + S_{YMN} + S_{LEA}$
 Решение:

- $S_{LEFA} = S_{YGKN}$
- $BE = KD$ - по условию
- соответственные углы (отмечены) по теореме Палеса
- $S_{AEYM} = S_{MCGF}$
- $AN = MC$ - по условию
- соответственные углы (отмечены) по теореме Палеса
- $BC = AD$, т.к. противоположные стороны прямоугольника
- $AB = CD$, т.к. противоположные стороны прямоугольника
- $S_{\triangle ALE} + S_{\triangle MYN} + S_{\triangle CGK} + S_{\triangle BFM} = S_{ABCD} - 4,2$ (сумма 4 тре-ков) - S_{FEYG}
- $= 7 - 4,2 - S_{FEYG} = 2,8 - S_{FEYG}$

$\begin{cases} \triangle BFM = \triangle YMN \\ \triangle ALE = \triangle CGK \end{cases}$ - равные элементы

$S_{FEYG} = S_{GKNY}$ (или S_{LEFA}) + $S_{\triangle CGK}$ (или $S_{\triangle ALE}$)

$S_{FEYG} = S_{AEYM}$ (или S_{MCGF}) + $S_{\triangle MYN}$ (или $S_{\triangle BFM}$)

(наглядно)
 Соединив метарёхугольники и треугольники,
 мы получим 5 четырёхугольников, которые равны
 между собой

$\Rightarrow S_{FEYG} = S_{ABCD} : 5 = 1,4$

$\Rightarrow S_{\triangle ALE} + S_{\triangle BFM} + S_{\triangle MYN} + S_{\triangle CGK} = 2,8 - 1,4 = 1,4$

Ответ: 1,4

√4

КУШКА

Для кода понадобится 4 буквы, т.к.:

- К встречается 3 раза
- У встречается 2 раза

К	У	Ш	А
00	01	10	11

Получаем: $\overbrace{0001}^{КУ} \overbrace{0001}^{КУ} \overbrace{1100}^{ШК} \overbrace{0011}^{КА}$

⇒ 14 символов

Ответ: 14

√5.

$A \rightarrow E \rightarrow B \rightarrow E \rightarrow B \rightarrow E \rightarrow B \rightarrow E \rightarrow F$ (12)

Ответ: AEBEBEBEBEF (12 монет)

№1

$$3xy - 2y^2 = 18$$

$$-2y^2 + 3xy - 18 = 0$$

$$a = -2, b = 3x, c = -18$$

$$D = b^2 - 4ac = (3x)^2 - 4 \cdot (-2) \cdot (-18) = 9x^2 - 144, D > 0, 2 \text{ корня}$$

$$y_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$y_1 = \frac{-3x + \sqrt{9x^2 - 144}}{-4}$$

$$y_2 = \frac{-3x - \sqrt{9x^2 - 144}}{-4}$$

$$y_1 = \frac{-3x + \sqrt{(3x)^2 - (12)^2}}{-4}$$

$$y_2 = \frac{-3x - \sqrt{(3x)^2 - (12)^2}}{-4}$$

$$y_1 = \frac{-3x + 3x - 12}{-4}$$

$$y_2 = \frac{-3x - 6x + 12}{-4}$$

$$y_1 = 3$$

$$y_2 = \frac{-9x + 12}{-4}$$

⇒ Подставим найденные уравнение:

$$3x \cdot 3 - 2 \cdot 3^2 = 18$$

$$9x - 18 = 18$$

$$9x = 36$$

$$x = 4$$

Ответ: $y = 3$ и $x = 4$

⇒ Подставим в исходное уравнение:

$$3x \cdot (2,25x - 3) - 2 \cdot (2,25x - 3)^2 = 18$$

$$6,75x^2 - 9x - 2(5,0625x^2 - 13,5x + 9) = 18$$

$$6,75x^2 - 9x - 10,125x^2 + 27x - 18 = 18$$

$$-3,375x^2 + 18x - 18 = 18$$

$$-3,375x^2 + 18x - 36 = 0$$

$$a = -3,375; b = 18; c = -36$$

$$D = b^2 - 4ac = 18^2 - 4 \cdot (-3,375) \cdot (-36) = 324 - 486 = -162$$

$D < 0$, корней нет

№2.

xyz

p (чисел на каждой месте)

$$1 \text{ число} = [1; 9] = 9 \text{ вариантов}$$

$$2 \text{ число} = [0; 9] = 10 \text{ вариантов}$$

$$3 \text{ число} = [0; 9] = 10 \text{ вариантов}$$

$$\text{Кол-во (общее)} = 9 \cdot 10 \cdot 10 = 900 \text{ (всего событий)}$$

$\overbrace{xyz}^{(1)(1)}$ → 3 пары, где 5 будет встречаться

по 2 раза

$$5 \cdot 2 \cdot 3 = 30 \text{ (событий)}$$

$$\Rightarrow \frac{30}{900} = \frac{1}{30} \text{ (P, где число 5 встречается 2 раза)}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{30} \cdot 3 = \frac{1}{90} \text{ (P, где число 5 встречается 2 раза + число делится на 3)}$$

Ответ: $\frac{1}{90} \approx 0,011$