
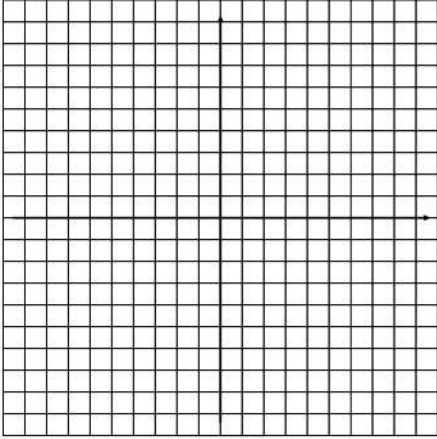




Олимпиада «МИСиС зажигает звезды»
Информационно - технологическое направление
Заключительный этап 2021 г.

Вариант 4
9 класс

№	Задание	Ответы	Баллы
1	Решите в целых числах уравнение: $2x^2 + 3xy = 18$.		10
2	Найдите вероятность того, что среди цифр наудачу выбранного трехзначного числа цифра 3 содержится ровно 2 раза, и это число делится на 3.		15
3	В прямоугольнике $ABCD$ соединили отрезком прямой вершину A с серединой стороны BC , вершину B – с серединой CD , вершину C – с серединой AD и вершину D – с серединой AB . В результате прямоугольник разбили на 9 фигур: 4 треугольника и 5 четырехугольников, один из которых (центральный) не имеет общих точек с границей прямоугольника. Известно, что площадь всего прямоугольника равна 8, а сумма площадей четырехугольников, имеющих общие точки с границей прямоугольника, равна 4,8. Найдите сумму площадей четырех треугольников.		25
4	Определите наименьшее количество символов для кодирования слова ПЕРЕШЕЕК, используя код переменной или постоянной длины.		15
5	<p>Путешественник начинает свой путь в городе А, имея на своем банковском счету некоторое количество монет. Сумма на счету – целое число, как положительное, так и отрицательное. Идти из города А он может в любом направлении. Каждая дорога увеличивает или уменьшает имеющуюся у него сумму денег. В каждом следующем городе стражники отправляют путешественника далее в зависимости от того, сколько у него денег в настоящее время.</p> <pre> graph TD A["Город А Σ=16"] -- "+3" --> B["Город В Σ > 0 ?"] A -- "-1" --> C["Город С Σ < 0 ?"] A -- "-2" --> E["Город Е Σ = 0 ?"] A -- "-2" --> D["Город D Σ = 16 ?"] B -- "-2" --> E B -- "+3" --> A C -- "-5" --> D C -- "+3" --> A D -- "-2" --> A D -- "-5" --> C E -- "-2" --> A E -- "-2" --> B E -- "+15" --> F["Город F финал"] B -- "+1" --> F C -- "+10" --> F D -- "+4" --> F </pre> <p>Определите, по какому маршруту должен пройти</p>		15

	<p>путешественник, чтобы дойти до финального города F с наибольшей суммой денег на счету? Каким путем это достигается? Сколько денег на счету будет у путешественника в конце пути в этом случае? Решение должно объяснять Ваш ответ и описывать путь путешественника, который обеспечит максимальную сумму денег на счету в финальном городе. Ответ должен содержать путь (как цепочку городов) и сумму в итоге.</p>		
<p>6</p>	<p>Робот Отрезок имеет возможность рисовать любые фигуры, состоящие из линий с помощью команды <code>lines(a,u)</code>. По команде <code>lines(a,u)</code> Отрезок рисует отрезок длиной <code>a</code>, и поворачивает перо на угол <code>u</code> градусов против часовой стрелки.</p> <p>Например, команда <code>lines(5, 45)</code> приведет к рисованию линии и повороту пера:</p>  <p>Команда <code>cycle k (<список команд>)</code> позволяет повторять список команд, указанный в скобках <code>k</code> раз.</p> <p>Отрезок умеет работать с целочисленными переменными. Определение и изменение значений переменных реализуется командой присвоения «<code>=</code>»; например, для переменной <code>s</code> <code>s=<новое значение s></code>, при этом новое значение переменной может быть как числовым значением, так и арифметическим выражением с использованием классических символов «<code>+</code>», «<code>-</code>», «<code>/</code>», «<code>*</code>».</p> <p>Программы и подпрограммы Отрезка оформляются как <code><Имя программы / подпрограммы> (Список параметров для запуска) {Команды}, например: Main (){}</code>.</p> <p>Изобразите, что нарисует Отрезок при запуске программы <code>Main()</code>:</p> <pre> Linecycle(d, z, t) { cycle t (lines(d, z)) } Main () { i=1 cycle 2 (Linecycle(4*i, 144, 5) i=i+1) } </pre> 		<p>20</p>

1. Решение:

$$1) 2x^2 + 3xy = 18$$

$$3xy = 18 - 2x^2$$

$$y = \frac{18 - 2x^2}{3x}$$

$$y = \frac{6}{x} - \frac{2x}{3}$$

OD3
x ≠ 0

2) Рассмотрим случаи, когда $\frac{6}{x}$ даёт целое число, найдем, что при $x = \pm 2$; $x = \pm 1$; $x = \pm 6$; $x = \pm 3$

3) Подставим числа в уравнение:

$$y = \frac{6}{2} - \frac{2 \cdot 2}{3} \quad (\times)$$

$$y = \frac{6}{6} - \frac{2 \cdot 6}{3} = -3 \quad (\checkmark)$$

$$y = \frac{6}{-2} + \frac{2 \cdot 2}{3} \quad (\times)$$

$$y = \frac{6}{-6} + \frac{2 \cdot 6}{3} = 3 \quad (\checkmark)$$

$$y = \frac{6}{3} - \frac{2}{3} \quad (\times)$$

$$y = \frac{6}{-3} + \frac{2 \cdot 3}{3} = 0 \quad (\checkmark)$$

$$y = \frac{6}{-1} + \frac{2}{3} \quad (\times)$$

$$y = \frac{6}{3} - \frac{2 \cdot 3}{3} = 0 \quad (\checkmark)$$

4) Получаем, что при $x_1 = 6$; $x_2 = -6$; $x_3 = 3$; $x_4 = -3$

~~и~~ y имеет целые числа.

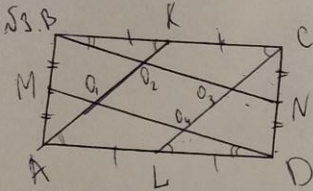
Ответ: 6; -6; 3; -3

2. Рассмотрим все возможные случаи (в сумме кратны 3 и 2-е тройки)

330; 336; 339; 303; 363; 393; 633; 993 - всего 8. Всего 3-х значных чисел - 999

$$P(A) = \frac{\text{число по-х}}{\text{число возможных}} = \frac{8}{999} \approx 0,008 \text{ или } 0,8\%$$

Ответ: 0,8% = P(A)



Дано: $ABCD - \square$, $MB = MA = CN = ND$; $BK = KC = AL = LD$;
 $S_{ABCD} = 8$; $\sum S_{4-х\Delta} (\text{не } O) = 4,8$
 Найти: $\sum S_{4-х\Delta}$

Решение:

1) $\triangle AKB = \triangle LDC$, м.к. $AB = CD$, $BK = LD$; $\angle ABK = \angle LDC = 90^\circ$ (по усл.); $\triangle MAD = \triangle BCN$, м.к. $AD = BC$, $DN = AM$; $\angle MAD = \angle BCN = 90^\circ$ (по усл.); $\angle ADM = \angle CBN$, $\angle KAB = \angle LDC$

2) $S_{\triangle AKB} = S_{\triangle BCN}$, м.к. $\frac{2MB \cdot BK}{2} = S_{\triangle AKB}$, $\frac{2BK \cdot CN}{2} = S_{\triangle BCN}$ ($CN = MB$ по усл.)

3) Т.к. $KC \parallel AL$ ($ABCD - \square$ по усл.); $AL = KC \Rightarrow AK \parallel LC \Rightarrow \angle KAL = \angle KCL$ ($AKC - \square \Rightarrow$ противолежащие углы равны) $\Rightarrow \angle CLD = \angle AKB$

4) $\triangle BOK = \triangle LOD$ м.к. $LO = BK$; $\angle NBK = \angle ADM$ (п. 1); $\angle CLD = \angle AKB$ (п. 3).

5) Т.к. $MB \parallel ND$, $MB = ND \Rightarrow BN \parallel MD \Rightarrow \angle BMD = \angle DNB \Rightarrow \angle AMD = \angle BNC \Rightarrow \triangle AMO_1 = \triangle CNO_2$ ($AM = CN$)

6) Т.к. $S_{\triangle AKB} = S_{\triangle BCN}$; $\triangle AMO_1 = \triangle CNO_2$, $\triangle BKO_1$ находимся в $\triangle AKB$ и $\triangle BCN \Rightarrow S_{MBO_1O_2} = S_{KCO_1O_2}$

$$\Rightarrow S_{\triangle ABO_1O_2} = S_{\triangle CDO_1O_2} = S_{MBO_1O_2} = S_{KCO_1O_2} \Rightarrow S_{MBO_1O_2} = \frac{4,8}{4} = 1,2$$

7) Возьмем $BC = 4$, $AB = 2$ ($S_{ABCD} = 8$) (можно взять и другие числа) и получим, что

$$S_{\triangle AKB} = \frac{2 \cdot 2}{2} = \frac{BK \cdot BA}{2} = 2 \Rightarrow \sum S_{\triangle AMO_1 \text{ и } \triangle BKO_1} = 2 - 1,2 = 0,8 \Rightarrow \sum S_{4-х\Delta} = 0,8 \cdot 2 = 1,6$$

Ответ: $\sum S_{4-х\Delta} = 1,6$

54. Решение:

Типовым рангом буквы два ~~глава~~ ^{длина} ~~длина~~ ^{длина} код (по условию Паис)

И - 11111

Е - 10 (е чаще всех встречается в слове, поэтому для минимума кол-ва символов у нее самый короткий код)

Р - 110

Ш - 1110

К - 11110

Получаем:

11111 10 110 10 1110 10 10 11110 25 символов
и е р ш е е к

Ответ: 25 символов

55. Решение:

Вызубаем два нуля, чтоб прийти к максимальной сумме:

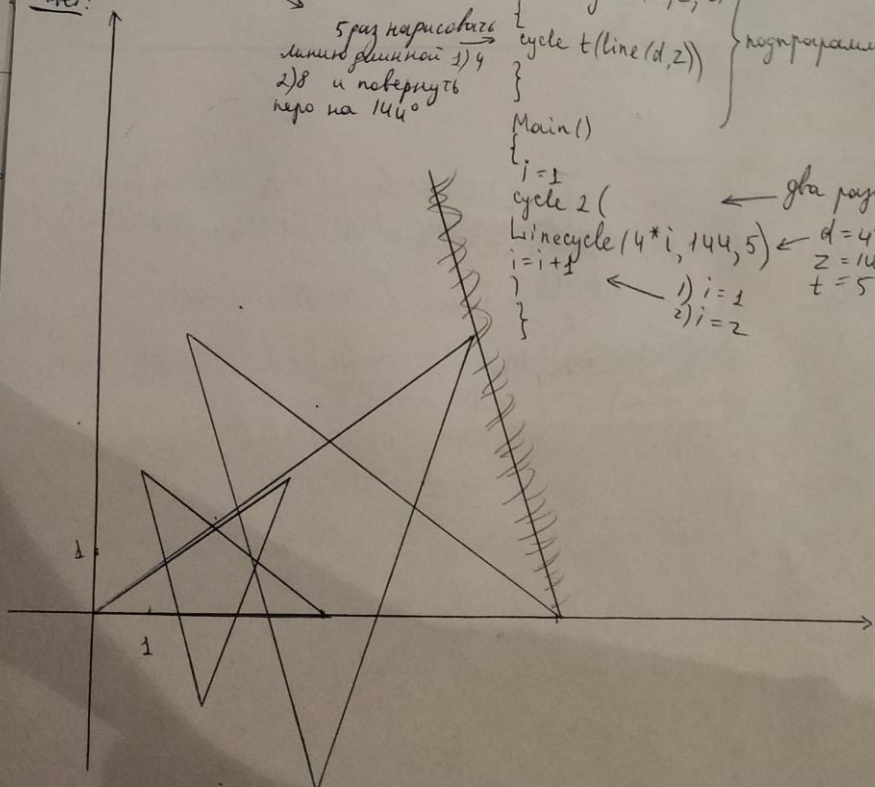
3) A D F
18 16 20
-2 9 4
+4

2) A C D F
14 13 16 20
-1 нет 9 4
+3 +4

Ответ: ADF и ACDF; 20 = E

56. Решение:

Алгоритм:



5 раз нарисуем
линии длиной 1) 4
2) 8 и повернуть
кнопку на 144°

```
linecycle(d, z, t)
{
  cycle t(line(d, z))
}
Main()
{
  i = 1
  cycle 2(
    linecycle(4*i, 144, 5)
    i = i + 1
  )
}
```

два раза вызвать подпрограмму

d = 4 * i (1) 4
z = 144 (2) 8
t = 5

1) i = 1
2) i = 2