



## Олимпиада «МИСиС зажигает звезды»

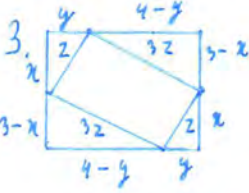
Техническое направление

Заключительный этап 2021 г.

Вариант 1

9 класс

| № | Задание   | Ответы   | Баллы |
|---|---|--|-------|
| 1 | Вычислите без калькулятора: $\sqrt{2019 \cdot 2020 \cdot 2021 \cdot 2022 + 1}$  | $\sqrt{16666144891561}$                          | 15    |
| 2 | Найдите сумму<br>$\frac{1}{\sqrt{1+\sqrt{2}}} + \frac{1}{\sqrt{2+\sqrt{3}}} + \frac{1}{\sqrt{3+\sqrt{4}}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{98+\sqrt{99}}} + \frac{1}{\sqrt{99+\sqrt{100}}}$   | 9  | 20    |
| 3 | В прямоугольник со сторонами 3 и 4 вписан прямоугольник, стороны которого относятся как 1:3. Найдите стороны вписанного прямоугольника.   | $\sqrt{\frac{106}{64}} ; 3\sqrt{\frac{106}{64}}$ | 25    |
| 4 | Тело бросили вертикально вверх со скоростью $V_0 = 43$ м/с. Найти путь, пройденный телом за пятую секунду движения. Считать ускорение свободного падения $g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ .   | 90 м   | 15    |
| 5 | Из куска однородной проволоки изготовлен замкнутый контур, имеющий форму квадрата $ABCD$ . К вершинам квадрата $A$ и $B$ подводят напряжение $U$ , а затем то же самое напряжение $U$ подводят к вершинам $A$ и $C$ . Во сколько раз ток, текущий через сторону $AB$ , в первом случае отличается от тока, текущего через сторону $AB$ , во втором? |  | 25    |



Используя из теории Пифагора получаем такие соотношения:

$$x^2 + y^2 = 2^2$$

$$(3-x)^2 + (4-y)^2 = 9 \cdot 2^2$$

$$\frac{y}{x} = \frac{3-x}{4-y}$$

$$9y^2 + 9x^2 - ((3-x)^2 + (4-y)^2) = 0$$

$$4y - y^2 = 3x - x^2$$

$$8y^2 + 8x^2 + 7y + 6x - 25 = 0$$

$$x^2 - y^2 = 3x - 4y$$

$$x = \frac{3}{8}$$

$$y = \frac{5}{8}$$

$$2 = \sqrt{\left(\frac{3}{8}\right)^2 + \left(\frac{5}{8}\right)^2} = \sqrt{\frac{31}{64} + \frac{25}{64}} = \sqrt{\frac{106}{64}} \text{ - 1-ая сторона} \Rightarrow$$

$$3 \sqrt{\frac{106}{64}} \text{ - вторая сторона}$$

Ответ:  $\sqrt{\frac{106}{64}}$ ;  $3\sqrt{\frac{106}{64}}$

4. Дано:  
 $v_0 = 43 \frac{м}{с}$   
 $g = 10 \frac{м}{с^2}$   
 $t = 5 с$   
 $S = ?$

Решение:  
 $S = v_0 t - \frac{gt^2}{2}$   
 $S = 43 \frac{м}{с} \cdot 5 с - \frac{10 \frac{м}{с^2} \cdot (5 с)^2}{2} = 90 м$

Ответ: 90 м

1.  $\sqrt{2019 \cdot 2020 \cdot 2021 \cdot 2022 + 1}$ , пусть  $2019 = x$ ;  $\sqrt{x(x+1)(x+2)(x+3)+1} = \sqrt{(x(x+3)) \cdot ((x+1)(x+2))+1}$

$$+ 1 = \sqrt{(x^2 + 3x)(x^2 + 3x + 2) + 1} = \sqrt{(x^2 + 3x)^2 + 2(x^2 + 3x) + 1} = \sqrt{(x^2 + 3x + 1)^2} = \sqrt{16666144891561}$$

2.  $\frac{1}{\sqrt{1} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{98} + \sqrt{99}} + \frac{1}{\sqrt{99} + \sqrt{100}} = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{1}}{(\sqrt{2} + \sqrt{1})(\sqrt{2} - \sqrt{1})} + \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})} + \frac{\sqrt{4} - \sqrt{3}}{(\sqrt{4} + \sqrt{3})(\sqrt{4} - \sqrt{3})} + \dots + \frac{\sqrt{99} - \sqrt{98}}{(\sqrt{99} + \sqrt{98})(\sqrt{99} - \sqrt{98})} + \frac{\sqrt{100} - \sqrt{99}}{(\sqrt{100} + \sqrt{99})(\sqrt{100} - \sqrt{99})} = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{1}}{2 - 1} + \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{3 - 2} + \frac{\sqrt{4} - \sqrt{3}}{4 - 3} + \dots + \frac{\sqrt{99} - \sqrt{98}}{99 - 98} + \frac{\sqrt{100} - \sqrt{99}}{100 - 99} = \sqrt{2} - \sqrt{1} + \sqrt{3} - \sqrt{2} + \sqrt{4} - \sqrt{3} + \dots + \sqrt{99} - \sqrt{98} + \sqrt{100} - \sqrt{99} = -\sqrt{1} + \sqrt{100} = -1 + 10 = 9$

Ответ: 9

ЧЕРНОВИК

~~По формуле перемещения тела, брошенного вертикально вверх~~

~~$$h = v_0 t - \frac{gt^2}{2}$$~~

~~$$v = v_0 - gt$$~~

~~$$v = 32 - 10 \cdot 4 = -9 \frac{m}{c}$$~~

~~это значит, что тело поднялось на max высоту, остановилось и начало падать~~

~~$$H = v_0 \cdot t - \frac{gt^2}{2}$$~~

~~$$H = 32 \cdot 4 - 10 \cdot 4^2 / 2 = 24 \text{ м}$$~~

~~летело вверх~~

~~$$v - 10 \cdot t_1 = 0$$~~

~~$$t_1 = 3,2 \text{ с}$$~~

$$v_0 = 30 \frac{m}{c}$$

$$t = 5 \text{ с}$$

$$S = ?$$

$$S = v_0 t - \frac{gt^2}{2}$$

$$S = ?$$

85

172

$$215 - \frac{250}{2} = 215 - 125 = 90$$

ЧЕРНОВИК



или



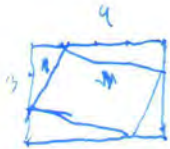
$$\frac{1}{\sqrt{2^2+0^2}} = \frac{1}{2+0} = 0,2$$

$$\frac{1}{\sqrt{9+0^2}} = \frac{1}{3+0} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{\sqrt{4^2+0^2}} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{\sqrt{16+0^2}} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{\sqrt{16+0^2}} = 0,1$$



По теореме Пифагора получаем такие соотношения

$$x^2 + y^2 = z^2$$

$$(3-x)^2 + (4-y)^2 = 9z^2$$

$$\frac{y}{x} = \frac{3-x}{4-y}$$

$$9y^2 + 9x^2 - (3-x)^2 - (4-y)^2 = 0$$

$$4y - y^2 = 3x - x^2$$

$$8y^2 + 8x^2 + 8y + 6x - 25 = 0$$

$$x^2 - y^2 = 3x - 4y$$

$$x = \frac{8}{5}$$

$$y = \frac{5}{8}$$

$$\sqrt{\frac{81}{64} + \frac{25}{64}} = \sqrt{\frac{106}{64}} = \sqrt{\frac{53}{32}}$$

