



## Олимпиада «МИСиС зажигает звезды»

Техническое направление

Заключительный этап 2021 г.

Вариант 4

9 класс

№	Задание	Ответы	Баллы
1	Вычислите без калькулятора: $\sqrt{2022 \cdot 2023 \cdot 2024 \cdot 2025 + 1}$		15
2	Найдите сумму $\frac{1}{\sqrt{1+\sqrt{2}}} + \frac{1}{\sqrt{2+\sqrt{3}}} + \frac{1}{\sqrt{3+\sqrt{4}}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{119+\sqrt{120}}} + \frac{1}{\sqrt{120+\sqrt{121}}}$		20
3	В прямоугольник со сторонами 4 и 5 вписан прямоугольник, стороны которого относятся как 1:4. Найдите стороны вписанного прямоугольника.		25
4	Тело бросили вертикально вверх со скоростью $V_0 = 22$ м/с. Найти путь, пройденный телом за третью секунду движения. Считать ускорение свободного падения $g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ .		15
5	Из куска однородной проволоки изготовлен замкнутый контур, имеющий форму квадрата $ABCD$ . К вершинам квадрата $A$ и $B$ подводят напряжение $U$ , а затем то же самое напряжение $U$ подводят к вершинам $A$ и $C$ . Во сколько раз мощность, выделяемая на сопротивлении $AB$ , в первом случае, отличается от мощности, выделяемой на сопротивлении $AB$ во втором?		25

Направляю свои 5 задач.

№2

$$\frac{1}{\sqrt{1} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{4}} + \dots +$$
$$+ \frac{1}{\sqrt{119} + \sqrt{120}} + \frac{1}{\sqrt{120} + \sqrt{121}} = X$$

$$\frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{4}} = \frac{\sqrt{4} - \sqrt{3}}{(\sqrt{3} + \sqrt{4})(\sqrt{4} - \sqrt{3})} = \sqrt{4} - \sqrt{3}$$

применяем дробление на сопряженное выражение.  
Применим его для всей нашей строки:

$$X = (\sqrt{2} - \sqrt{1}) + (\sqrt{3} - \sqrt{2}) + (\sqrt{4} - \sqrt{3}) + \dots + (\sqrt{120} - \sqrt{119}) +$$
$$+ (\sqrt{121} - \sqrt{120}) \Rightarrow$$

Мы понимаем, что у нас всё сокращается из-за противоположных знаков. Остается только первое слагаемое:  $-\sqrt{1}$  и последнее:  $\sqrt{121}$ .

Следовательно,

$$X = -\sqrt{1} + \sqrt{121} = -1 + 11 = 10.$$

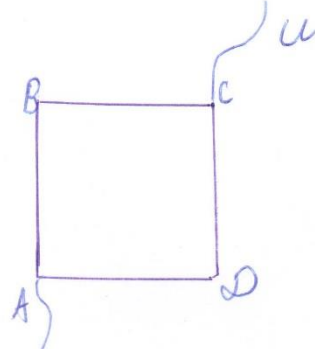
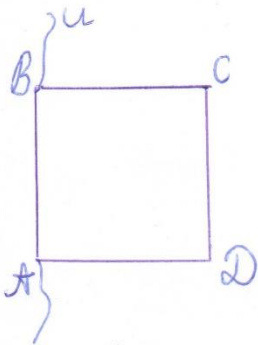
Ответ: 10.

№5

I случай

$$\frac{P_1}{P_2} = ?$$

II случай



1) Пусть  $R$  - сопротивление стороны квадрата  
В первом случае  $R_1$ , а во втором  $R_2$

$$\frac{1}{R_1} = \frac{1}{R} + \frac{1}{3R} = \frac{4}{3R} \Rightarrow R_1 = \frac{3}{4}R.$$

$$R_2 = R, \text{ т.к. } \frac{1}{R_2} = \frac{1}{2R} + \frac{1}{2R} = \frac{1}{R} \Rightarrow R_2 = R.$$

2) Значит,

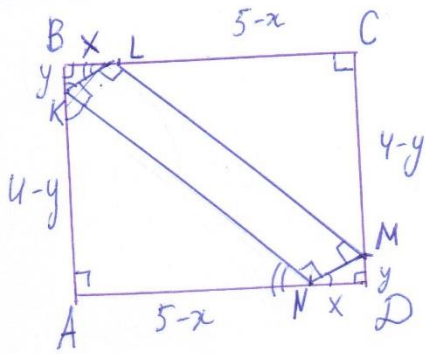
$$I_1 = \frac{U}{\frac{3}{4}R} = \frac{4}{3} \cdot \frac{U}{R} \Rightarrow \text{тогда } \underline{P_1 = \frac{4}{3} \cdot \frac{U^2}{R}}$$

$$I_2 = \frac{U}{R} \Rightarrow \text{тогда } \underline{P_2 = \frac{U^2}{R}}$$

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{\frac{4}{3}}{1} = \frac{4}{3}$$

Ответ:  $\frac{P_1}{P_2} = \frac{4}{3}$

(№3)



Решение:

Доказ:

ABCD - прямоугольник  
KLMN - тоже прямоуголь-  
ник.

$$AB = CD = 4$$

$$BC = AD = 5$$

$$\frac{KL}{LM} = \frac{1}{4}$$

Найти: KL, LM, MN, KN.

1)  $\triangle BKL \sim \triangle NMC$  по двум сторонам и углу между ними  $\Rightarrow$

$\triangle BKL \sim \triangle KAN$  по 3-ем углам (равным)  $\Rightarrow$  стороны пропорциональны  $\Rightarrow$

$$\frac{x}{y} = \frac{4-y}{5-x} \quad \frac{4-y}{x} = \frac{5-x}{y}$$

$$\frac{4-y}{x} = 4 = \frac{5-x}{y}$$

$$2) \begin{cases} 4-y = 4x \\ 5-x = 4y \end{cases}$$

Решим систему:

$$y = 4 - 4x$$

$$5 - x = 4(4 - 4x)$$

$$5 - x = 16 - 16x$$

$$15x = 11$$

$$x = \left(\frac{11}{15}\right) \Rightarrow y = 4 - \frac{44}{15} = \frac{60 - 44}{15} = \left(\frac{16}{15}\right)$$

Проверка:

$$4 - y = \frac{44}{15} = 4x \quad (+)$$

$$5 - x = 5 - \frac{11}{15} = \frac{75 - 11}{15} = \frac{64}{15} = 4y \quad (+)$$

3) По теореме Пифагора для  $\triangle BKL$ :  $BK^2 + BL^2 = KL^2$

$$\left(\frac{11}{15}\right)^2 + \left(\frac{16}{15}\right)^2 = \frac{11^2 + 16^2}{15^2}$$

$$\frac{121 + 256}{15^2} = \frac{377}{15^2} \Rightarrow$$

$$KL = \frac{\sqrt{377}}{15}$$

$$LM = \frac{4 \cdot \sqrt{377}}{15}$$

Ответ:  $KL = NM = \frac{\sqrt{377}}{15}$ ;  $LM = KN = \frac{4\sqrt{377}}{15}$ .

(№ 4)

Дано:

$$V_0 = 22 \text{ м/с}$$

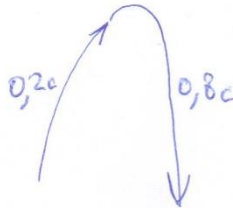
$$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$S_3 = ?$$

Если  $V_0 = 22 \text{ м/с}$  и  $g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ , то

$$V_0 = 0 \text{ при } t = 2,2 \text{ с.}$$

За 3-ью секунду тело  
летело по следующей траектории:



Этот рисунок нужен нам  
не для расчетов, а для  
показания самой траектории.

рис. 1. Примерная траектория тела

$$S_3 = g \left( \frac{0,2^2}{2} + \frac{0,8^2}{2} \right) = \frac{g \cdot 0,2^2}{2} (1 + 4^2) = \frac{10 \cdot 0,04}{2} \cdot 17 = 3,4 \text{ м}$$

Ответ:  $S_3 = 3,4 \text{ м}$



