



## Олимпиада «МИСиС зажигает звезды»

Техническое направление

Заключительный этап 2021 г.

## Вариант 1

## 11 класс

№	Задание	Ответы	Баллы
1	Найдите остаток от деления числа $2021^{2022} + 2023^{2022}$ на 2022.		15
2	Построены 4 круга с центрами в вершинах квадрата и радиусами, равными стороне квадрата. Найдите площадь пересечения этих кругов, если сторона квадрата равна 1		20
3	Решите систему уравнений . $\begin{cases} 5 x+1 +4 y+2 =20 \\ 2 x-3 + y+4 =2 \end{cases}$		25
4	В горизонтально расположенном цилиндрическом сосуде, площадь дна которого $S = 50\text{см}^2$ , закрытого поршнем массой $m$ , находится одноатомный идеальный газ. Газ нагревают и поршень очень медленно перемещается на расстояние $l$ . Цилиндр ставят на дно и сообщают газу в $n = 2$ раза большее количество тепла для того, чтобы поршень переместился вверх на то же расстояние. Найти массу поршня. Атмосферное давление $p_0 = 100\text{кПа}$ . Считать ускорение свободного падения $g = 10\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ . Нагревом поршня и стенок цилиндра пренебречь.		15
5	На неподвижный шар массой $M$ налетает шар массой $m$ , движущийся поступательно со скоростью $v$ . Считая удар абсолютно упругим и центральным, найти отношение $M/m$ , при котором шар $m$ теряет четвертую часть своей кинетической энергии.		25

12

вариант 1

Равные радиусы боковых оснований  
буквами, найдем их площадь:

$$\text{Стандартная окружность} = \frac{360}{360} \pi r^2 = \frac{\pi}{4} = 3x + 2y + z$$

$$\text{Составим равенство} = 1 - \frac{\pi}{4} = \frac{4-\pi}{4} = x + 2y$$

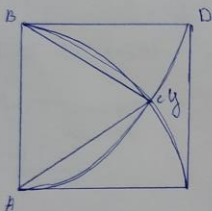
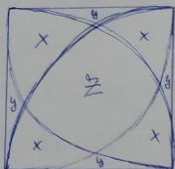
$$\text{Складываем} = 4x + 4y + z = 1$$

$x = \frac{4-\pi}{4} - 2y$  из условия составим равенство  
когда вставим в площадь равверсия

$$3 \cdot \frac{4-\pi}{4} - 6y + 2y + z = \frac{\pi}{4}$$

$$3 - \frac{3\pi}{4} - 4y + z - \frac{\pi}{4} = 0$$

$$3 - \pi + z = 4y$$



$\Delta ABC - P/c$ , мк.  $BC = AC = r$ , а  $AB$  сторона

квадрата и  $r = AB = 1$  Тогда  $\angle CBD = 90^\circ$

$$\angle ABC = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ. y = \frac{1}{2} \cdot 1 - \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{30}{360} \cdot \pi \cdot 2 = 2$$

$$= 1 - \frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{\pi}{12} \cdot 2 = 1 - \frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{\pi}{6}$$

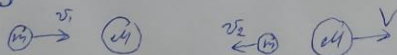
$$3 - \pi + z = 4 \left( 1 - \frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{\pi}{6} \right)$$

$$3 - \pi + z = 4 - \sqrt{3} - \frac{2\pi}{3}$$

$$z = 1 - \sqrt{3} + \frac{2\pi}{3} \approx 0,315$$

Ответ: 0,315

15



По закону сохранения импульса

$$m_1 v_1 = m_1 v_1' + m_2 v_2'$$

По закону сохранения энергии

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} = \frac{m_1 v_1'^2}{2} + \frac{m_2 v_2'^2}{2}$$

$$m_1^2 = \frac{3}{4} v_1'^2 \quad \text{или} \quad v_1' = \frac{1}{2} v_1$$

$$v_2' = \frac{\sqrt{3}}{2} v_1 \quad \text{или} \quad m_2 = \frac{m_1 v_1}{4 v_2}$$

$$m_1 v_1 = \frac{m_1 v_1^2}{4 v_2} \cdot v_1 - m_2 \frac{\sqrt{3}}{2} v_1$$

$$v_1 = \frac{v_1^2}{4 v_2} - \frac{\sqrt{3}}{2} v_1$$

$$\frac{v_1}{4 v_2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$v_1 = 2\sqrt{3} v_2$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{4 v_2^2}{v_1^2} = \frac{4 v_2^2}{12 v_2^2} = \frac{1}{3}$$

Ответ: 1:3

11

~~вариант 1~~

$$\frac{2021^{2022} + 2023^{2022}}{2022} = \frac{2021^{2022} + 2 \cdot 2021^{1011} \cdot 2023^{1011} + 2023^{2022} - 2 \cdot 2021^{1011} \cdot 2023^{1011}}{2022} =$$

$$= \frac{(2021^{1011} + 2023^{1011})^2 - 2 \cdot 2021^{1011} \cdot 2023^{1011}}{2022} = \frac{((2021 + 2023)(2021^{1010} - 2021^{1009} \cdot 2023 + \dots + 2023^{1010}))^2}{2022}$$

$$- \frac{2 \cdot 2021^{1011} \cdot 2023^{1011}}{2022} = \frac{4044 \cdot (2021^{1010} + \dots + 2023^{1010})^2}{2022} - \frac{2021^{1011} \cdot 2023^{1011}}{1011}$$

$$= 2 \cdot 4044 \cdot (2021^{1010} + \dots + 2023^{1010})^2 - \frac{2021^{1011} \cdot 2023^{1011}}{1011} =$$

$$= 2 \cdot 4044 \cdot (2021^{1010} + \dots + 2023^{1010})^2 - 2021^{1011} \cdot 2023^{1010} \cdot \frac{2023}{1011} =$$

$$= 2 \cdot 4044 \cdot (2021^{1010} + \dots + 2023^{1010})^2 - 2021^{1011} \cdot 2023^{1010} \cdot 2 \cdot \frac{1}{1011} =$$

$$- 2021^{1011} \cdot 2023^{1010} \cdot \frac{1010}{1011} + 2021^{1011} \cdot 2023^{1010} \cdot \frac{1010}{1011} =$$

$$= 2 \cdot 4044 \cdot (2021^{1010} + \dots + 2023^{1010})^2 - 2021^{1011} \cdot 2023^{1010} \cdot 3 + 2021^{1011} \cdot 2023^{1010}$$

$$\cdot \frac{1010}{1011} \quad \text{Ответ: } \frac{2021^{1011} \cdot 2023^{1010} \cdot 1010}{1011}$$

3.337

14  
N3

Задача 1

$$\begin{cases} 5|x+1| + 4|y+2| = 20 \\ 2|x-3| + |y+4| = 2 \end{cases}$$

(1)

$$5|x+1| + 4|y+2| = 20$$

$$x \geq -1$$

$$5x+5 + 4|y+2| = 20$$

$$4|y+2| = 20 - 5x - 5$$

$$|y+2| = 5 - 1,25x - 1,25$$

$$y \geq -2$$

$$y < -2$$

$$y+2 = 5 - 1,25x - 1,25$$

$$-y-2 = 5 - 1,25x - 1,25$$

$$y = 3 - 1,25x - 1,25$$

$$-y = 7 - 1,25x - 1,25$$

$$\begin{array}{c|c|c} x & -1 & 3 \\ \hline y & 3 & -2 \end{array}$$

$$y = 1,25x - 5,75$$

$$\begin{array}{c|c|c} x & -1 & 3 \\ \hline y & -7 & -2 \end{array}$$

$$5 - 1,25x - 1,25 \geq 0$$

$$-1,25x \geq -3,75$$

$$x \leq 3$$

$$x < -1$$

$$-5x-5 + 4|y+2| = 20$$

$$4|y+2| = 20 + 5 + 5x$$

$$|y+2| = 1,25x + 6,25$$

$$y \geq -2$$

$$y < -2$$

$$y+2 = 1,25x + 6,25$$

$$-y-2 = 1,25x + 6,25$$

$$y = 1,25x + 4,25$$

$$-y = 1,25x + 8,25$$

$$\begin{array}{c|c|c} x & -5 & -1 \\ \hline y & -2 & 3 \end{array}$$

$$y = -1,25x - 8,25$$

$$\begin{array}{c|c|c} x & -5 & -1 \\ \hline y & -2 & -7 \end{array}$$

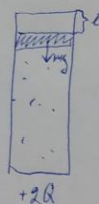
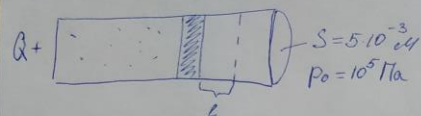
$$1,25x + 6,25 \geq 0$$

$$1,25x \geq -6,25$$

$$x \geq -5$$

N4

Задача 1



$$U = Q + \sigma \sigma g$$

$$Q = U + \sigma \sigma g = \frac{3}{2} n R \Delta T_1 + P_0 l S$$

$$2Q = \frac{3}{2} n R \Delta T_2 + (P_0 + \frac{mg}{S}) (lS) = \frac{3}{2} n R \Delta T_2 + P_0 l S + mg l$$

по закону Менделеева-Клапейрона

$$PV = nRT$$

$$\frac{P_0 V_0}{T_0} = \frac{P_0 (V_0 + Sl)}{T_0 + \Delta T_1} = \frac{(P_0 + \frac{mg}{S}) (V_0 + 2Sl)}{T_0 + \Delta T_1 + \Delta T_2}$$

Решим, что  $\Delta T_1 = \Delta T_2$ , масса крайне мала

$$2Q - Q = P_0 l S + mg l - P_0 l S = mg l$$

$$Q = mg l = P_0 l S$$

$$mg = P_0 S$$

$$m = \frac{P_0 S}{g} = \frac{10^5 \cdot 5 \cdot 10^{-3}}{10} = 50 \text{ кг}$$

Ответ: 50 кг

(2) №3 прообразные

вариант 1

$$2|x-3| + |y+4| = 2$$

$$x \geq 3$$

$$2x - 6 + |y+4| = 2$$

$$|y+4| = 8 - 2x$$

$$y \geq -4$$

$$y = 4 - 2x$$

прямая

$$\begin{array}{c|c|c} x & 3 & 4 \\ \hline y & -2 & -4 \end{array}$$

$$8 - 2x \geq 0$$

$$-2x \geq -8$$

$$x \leq 4$$

$$x < 3$$

$$6 - 2x + |y+4| = 2$$

$$|y+4| = 2x - 4$$

$$y \geq -4$$

$$y = 2x - 8$$

прямая

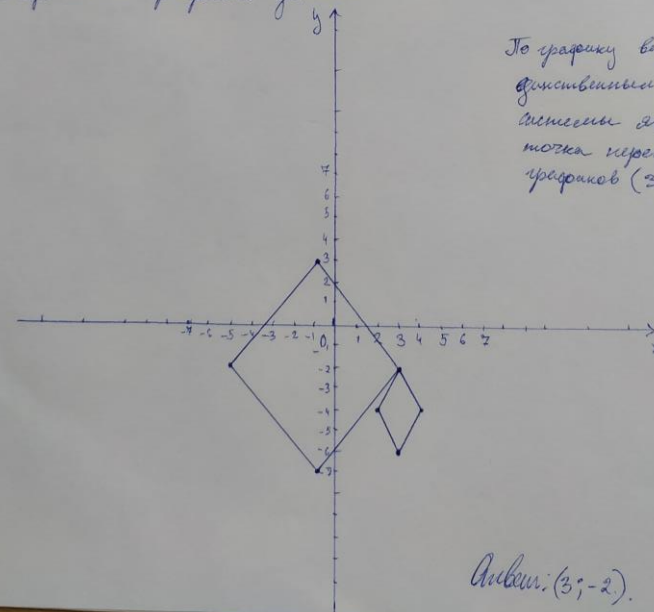
$$\begin{array}{c|c|c} x & 3 & 2 \\ \hline y & -2 & -4 \end{array}$$

$$2x - 4 \geq 0$$

$$2x \geq 4$$

$$x \geq 2$$

Найдем график данной системы



По графику видно, что единственным решением системы является точка пересечения графиков  $(3; -2)$ .

Ответ:  $(3; -2)$ .