



Олимпиада «МИСиС зажигает звезды»
Информационно - технологическое направление
Заключительный этап 2021 г.

Вариант 1
11 класс

№	Задание	Ответы	Баллы
1	Дан многочлен пятой степени с целочисленными коэффициентами. Известно, что при трех различных целочисленных значениях аргумента он равен 1. Может ли этот многочлен иметь целочисленные корни? Ответ обоснуйте.		10
2	В шахматном турнире каждый участник должен был сыграть по одной партии со всеми остальными. Гроссмейстеры Иванов и Сидоров сыграли одинаковое число партий, после чего заболели и выбыли из турнира. Остальные участники турнира доиграли до конца, и в итоге оказалось, что всего было сыграно 23 партии. Каким могло быть общее количество участников турнира, и успели ли Иванов и Сидоров сыграть между собой? Дайте аргументированный ответ.		15
3	В треугольнике ABC угол A вдвое больше угла B, $AC = 2$ и $AB = 3$. Найдите BC .		25
4	Закодируйте слово КОЛОСОК, если известно, что для его кодирования выбран код переменной длины таким образом, что слово занимает минимально возможное количество символов, кодирование и декодирование производится с начала кодовой последовательности и для кодирования буквы С использованы только единицы.		10
5	Путешественник начинает свой путь в городе А, имея на своем банковском счету некоторое количество монет S. Сумма на счету – целое число, как положительное, так и отрицательное. Идти из города А он может в любом направлении. Каждая дорога увеличивает или уменьшает имеющуюся у него сумму денег. В следующем городе стражники отправляют путешественника далее в зависимости от того, сколько у него денег в настоящее время. При какой исходной сумме путешественник сможет максимально увеличить сумму на счету к концу маршрута (в городе F) относительно начальной? Каким путем это достигается? Сколько денег на счету будет у путешественника в конце пути в этом случае? Решение должно объяснять Ваш ответ и описывать путь путешественника, который обеспечит максимальный <u>прирост</u> суммы денег на счету в финальном городе. Ответ должен содержать исходное значение, путь (как цепочку городов) и сумму в итоге.		20

$$23 - 4 = 3 \quad \times$$

$$23 - 6 = 6 \quad \times$$

$$23 - 8 = 10 \quad \times$$

$$23 - 10 = 15 \quad \times$$

$\sqrt{2}$

Количество изр Иванова или Сидорова пере-
тер, как забывает $= x$; Кол-во участн.,
кроме Иванова и Сидорова $= n$

их можно найти через:

$23 - 2x = S_{n-1}$; где S - сумма арифм.
прогрессии $a_n = a_{n-1} + n$

$$22 - 2x = \sum_{k=1}^{n-1} k$$

$$x = 1; n = 7 \quad (1) \quad \checkmark$$

$$x = 4; n = 6 \quad (1) \quad \checkmark$$

$$x = 6; n = 5 \quad (2) \quad \times$$

$$x = 8; n = 4 \quad (2) \quad \times$$

$$x = 10; n = 3 \quad (1) \quad \times$$

С помощью подбора определяем все возможные целые значения

x и n :

$n > 2$, т.к. Сидоров + Иванов + ? > 2

$x \neq n$, т.к. Сидоров и Иванов не могут сыграть с каждым больше одного раза:

Если Сидоров играет с Ивановым:

$$23 - (2x + 1) = S_{n-1}$$

Подбор:

неподходят:

подходят:

$$x = 1; n = 7 \text{ (1ая ф.)}$$

$$x = 6; n = 5 \text{ (2ая ф.)}$$

$$x = 4; n = 6 \text{ (1ая ф.)}$$

$$x = 8; n = 4 \text{ (2ая ф.)}$$

$$x = 10; n = 3 \text{ (1ая ф.)}$$

$$x = 11; n = 2 \text{ (1ая ф.)}$$

Т.к. подходят значения, подставленные в формулу \Rightarrow Сидоров и Иванов не играют между собой.

т.к. ~~$x = 1$~~ ; $n = 7 \Rightarrow$ кол-во уч = $7 + 2 = 9$

т.к. ~~$x = 4$~~ ; $n = 6 \Rightarrow$ кол-во уч = $6 + 2 = 8$

$$\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$$

$$\cos^2 x = \frac{5}{8}$$

$$\cos x = \pm \sqrt{\frac{5}{8}}$$

$$\arcsin \frac{1}{2} > x > \arcsin \frac{1}{2}$$

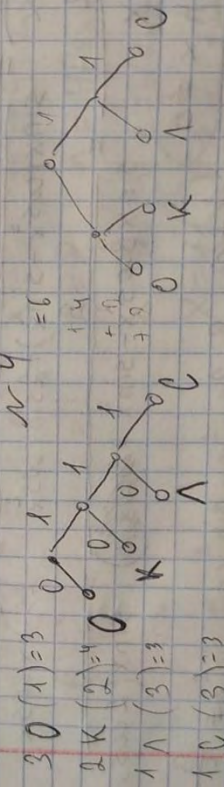
$$45^\circ > x > 30^\circ \Rightarrow$$

$$\cos x = \sqrt{\frac{5}{8}}$$

$$y = 4 \cos x$$

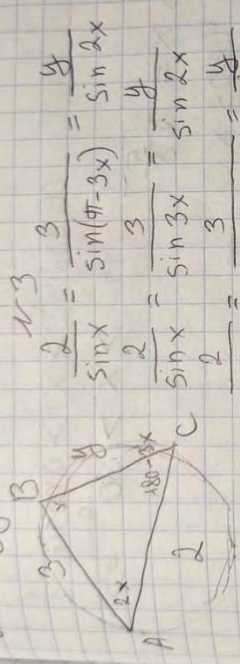
$$y = 4 \cdot \sqrt{\frac{5}{8}} = \frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{2}} = \sqrt{10}$$

Ответ: $BC = \sqrt{10}$



13 ✓
 Ответ: 10 0 1 1 0 1 0
 16

Ответ: $\sin x = 3$ или 8
 Условие не выполнено



$$\frac{2}{\sin x} = \frac{3}{\sin(180^\circ - x)} = \frac{y}{\sin 2x}$$

$$\frac{2}{\sin x} = \frac{3}{\sin x} = \frac{y}{\sin 2x}$$

$$\frac{2}{\sin x} = \frac{3}{\sin x} = \frac{y}{2 \sin x \cos x}$$

$$\frac{2}{\sin x} = \frac{3}{\sin x} = \frac{y}{2 \sin x \cos x}$$

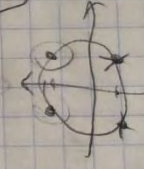
$$2(3 - 4 \sin^2 x) - 3 = 0$$

$$3 - 4 \sin^2 x = \frac{3}{2}$$

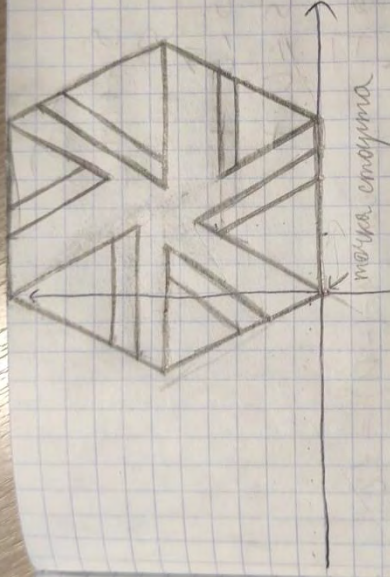
$$4 \sin^2 x = \frac{3}{2}$$

$$\sin^2 x = \frac{3}{8}$$

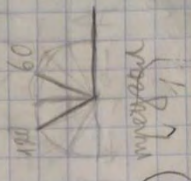
$$\sin x = \pm \sqrt{\frac{3}{8}}$$



17
28



Умбем:)



cycle 6 (
 Line cycle (5; 120, 3) {
 cycle 3 (lines (5; 120))
 Line cycle (4; 120, 3) {
 cycle 3 (lines (4; 120))
 * 7 5

3/2

~5

- ... E → F S = 14
- ... D → F S = 22
- ... C → F S < 0 + 1
- ... B → F S < 0 + 1

A → B → F *выраем* $1 - (-11) = 12!$
 $S = -11$ 0 1
 +11 +1

#2 A → E → B → F *выраем* $1 - 0 = 1$
 $S = 0$ ≠ 0 ≤ 0 1
 -2 +2 +1

A → E → F *выраем* $14 - 2 = 12!$
 $S = 2$ = 0 14
 -2 +14

A → B → E → F *выраем* $14 + 9 = 23!$
 $S = -9$ > 0 = 0 14
 +11 -2 +14

$$A \rightarrow C \rightarrow F \quad \text{нужно } 5 \quad 0 - (-5)$$

$$S = -5 \quad < 0 \quad 0$$

$$\begin{matrix} \swarrow & \swarrow \\ +4 & +1 \end{matrix}$$

$$A \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow F \quad \text{нужно } 2 \quad 0 - (-2)$$

$$S = -2 \quad +18 \quad < 0 \quad 0$$

$$\begin{matrix} \swarrow & \swarrow & \swarrow \\ +5 & -4 & -1 \end{matrix}$$

$$A \rightarrow D \rightarrow F \quad \text{нужно } 22 - 13 = 9$$

$$S = 13 = 18 \quad 22$$

$$\begin{matrix} \swarrow & \swarrow \\ +5 & +4 \end{matrix}$$

$$A \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow F \quad \text{нужно } 22 - 10 = 12!$$

$$S = 10 \quad \geq 0 \quad 18 \quad 22$$

$$\begin{matrix} \swarrow & \swarrow & \swarrow \\ +4 & +4 & +4 \end{matrix}$$

Так как пересог $B \rightarrow E = -2$, а $S \neq -1$
 $E \rightarrow B = +2 \Rightarrow S_0$

при показании в B ~~не~~ $S_B < 1$
 в E ~~не~~ $S_E \neq 1$

Аналогично в C $S < 0$, $S_C = 14$
 в D $S < 4$, $S_D = 18$

Имеем нулевые. Будем вести
 ходим $E \rightarrow B$ или $D \rightarrow C$
 Тогда есть только 8 путей:

$$A \rightarrow B \rightarrow F$$

$$A \rightarrow C \rightarrow F$$

$$A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow F$$

$$A \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow F$$

$$A \rightarrow D \rightarrow F$$

$$A \rightarrow E \rightarrow F$$

$$A \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow F$$

$$A \rightarrow E \rightarrow D \rightarrow F$$

Посчитаем каждый путь.

Прирост будет одинаковым при любой S , удовлетворяющей условиям

$$A \rightarrow B \rightarrow F \quad \text{прирост} = 12; \quad S_A \leq -11; \quad S_F = 1$$

$$A \rightarrow C \rightarrow F \quad \text{прирост} = 5; \quad S_A \leq -5; \quad S_F = 0$$

$$A \rightarrow B \rightarrow E \rightarrow F \quad \text{пр} = 23 \quad S_A = -9 \quad S_F = 14$$

$$A \rightarrow E \rightarrow B \rightarrow F \quad \text{пр} = 1 \quad S_A \leq 0 \quad S_F = 1$$

$$A \rightarrow D \rightarrow F \quad \text{пр} = 9 \quad S_A = 13 \quad S_F = 22$$

$$A \rightarrow E \rightarrow F \quad \text{пр} = 12 \quad S_A = 2 \quad S_F = 14$$

$A \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow F$ $n_p = 2$ $S_A \leq -2$ $S_F = 0$
 $A \rightarrow E \rightarrow D \rightarrow F$ $n_p = 12$ ~~$S_A \leq -2$~~ $S_F = 22$
 $S_A = 10$

Самый большой выигрыш = 23

Пусть $A \rightarrow B \rightarrow E \rightarrow F$

Исх. $S = -9$

Умнож. $S = 14$

Объем: $S_{исх} = -9$

$A \rightarrow B \rightarrow E \rightarrow F$

$S_{умнож} = 14$

= 1

0