



Олимпиада «МИСиС зажигает звезды»

Техническое направление

Заключительный этап 2021 г.

Вариант 3

9 класс

| № | Задание | Ответы | Баллы |
|---|---|--------|-------|
| 1 | Вычислите без калькулятора: $\sqrt{2021 \cdot 2022 \cdot 2023 \cdot 2024 + 1}$ | | 15 |
| 2 | Найдите сумму $\frac{1}{\sqrt{1+\sqrt{2}}} + \frac{1}{\sqrt{2+\sqrt{3}}} + \frac{1}{\sqrt{3+\sqrt{4}}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{62+\sqrt{63}}} + \frac{1}{\sqrt{63+\sqrt{64}}}$ | | 20 |
| 3 | В прямоугольник со сторонами 3 и 4 вписан прямоугольник, стороны которого относятся как 1:4. Найдите стороны вписанного прямоугольника | | 25 |
| 4 | Тело бросили вертикально вверх со скоростью $V_0 = 46$ м/с. Найти путь, пройденный телом за пятую секунду движения. Считать ускорение свободного падения $g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. | | 15 |
| 5 | Из куска однородной проволоки изготовлен замкнутый контур, имеющий форму квадрата $ABCD$. К вершинам квадрата A и B подводят напряжение. Во сколько раз мощность, выделяемая на сопротивлении AB , отличается от тока, текущего через диагональ DC ? | | 25 |

Дано:

$$v_0 = 46 \text{ м/с}$$
$$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

Найти:

1. скорость
за 5yo сс.

Решение:



$$h = v_0 t - \frac{gt^2}{2}$$

$$v = v_0 - gt$$

$$v = 46 \text{ м/с} - 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 5 \text{ с} = -4 \text{ м/с}$$

=> тело направлено на максимальную высоту, после него направлено вниз

Макс высота полета:

$$h = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{46^2}{20} = 105,8 \text{ м}$$

$$t = \frac{v_0}{g} = \frac{46}{10} = 4,6 \text{ с}$$

Найдем скорость прямо перед 4с:

$$h = v_0 t - \frac{gt^2}{2} = 46 \cdot 4 - \frac{10 \cdot 16}{2} = 104 \text{ м}$$

За оставшиеся 0,6с направлена вверх

напр прямо:

$$105,8 - 104 \text{ м} = 1,8 \text{ м}$$

Оставшиеся 0,4с тело уже

направлено вниз

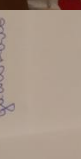
$$\Rightarrow h = \frac{gt^2}{2} = \frac{10 \cdot (0,4)^2}{2} = 5 \cdot 0,16 = 0,8 \text{ м}$$

Среднее значение за 5yo с тело прямо:

$$1,8 \text{ м} + 0,8 \text{ м} = 2,6 \text{ м}$$

Ответ: 2,6 м

Решение:



$$h = v_0 t - \frac{gt^2}{2}$$

$$v = v_0 - gt$$

$$v = 46 \text{ м/с} - 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 5 \text{ с} = -4 \text{ м/с}$$

=> тело направлено на максимальную высоту, после него направлено вниз

Макс высота полета:

$$h = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{46^2}{20} = 105,8 \text{ м}$$

$$t = \frac{v_0}{g} = \frac{46}{10} = 4,6 \text{ с}$$

Найдем скорость прямо перед 4с:

$$h = v_0 t - \frac{gt^2}{2} = 46 \cdot 4 - \frac{10 \cdot 16}{2} = 104 \text{ м}$$

За оставшиеся 0,6с направлена вверх

напр прямо:

$$105,8 - 104 \text{ м} = 1,8 \text{ м}$$

Оставшиеся 0,4с тело уже

направлено вниз

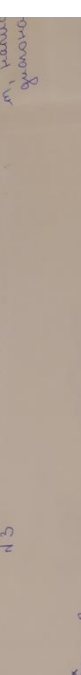
$$\Rightarrow h = \frac{gt^2}{2} = \frac{10 \cdot (0,4)^2}{2} = 5 \cdot 0,16 = 0,8 \text{ м}$$

Среднее значение за 5yo с тело прямо:

$$1,8 \text{ м} + 0,8 \text{ м} = 2,6 \text{ м}$$

Ответ: 2,6 м

Решение:



Дано: прямоугольник ABCD;
вписанный в него прямоугольник
KLMN; AB=3; BC=4; $\frac{KN}{KL} = \frac{1}{4}$
Найти: KN и KL

Решение:

1) $\triangle BKN \sim \triangle MLD$ (их стороны параллельны =>
где стороны, образующие $\angle 90^\circ$ равны)

2) Пусть $\angle ANM = \alpha$; а по $\angle NAK = 90^\circ$, $\angle AMN = 90^\circ - \alpha$
 $\angle AMN + \angle NML + \angle LMD = 180^\circ$
 $(90^\circ - \alpha) + 90^\circ + \angle LMD = 180^\circ$
 $\Rightarrow \angle LMD = \alpha$

• Ит. к. $\angle LMD = \alpha$, а $\angle LDM = 90^\circ$; $\angle MLD = 90^\circ - \alpha$
 $\angle MLD = \angle NMA$, $\angle ANM = \angle LMD$

=> $\triangle NAK \sim \triangle MLD$ по двум углам и гипотенузе

3) Из подобия выведем, что $\frac{LM}{NM} = \frac{LD}{NA}$
 $\Rightarrow NA = 4MD$ и $AM = 4LD$

Значит, $3-y = 4x$ и $4-x = 4y$

$$\begin{cases} 3-y = 4x \\ 4-x = 4y \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{8}{15} \\ y = \frac{13}{15} \end{cases}$$

4) По теореме Пифагора:

$$MN = \sqrt{\left(\frac{8}{15}\right)^2 + \left(\frac{13}{15}\right)^2} = \sqrt{\frac{64}{225} + \frac{169}{225}} = \sqrt{\frac{233}{225}} \approx 1,02$$

$$NM = 4z = 4 \cdot 1,02 = 4,08$$

Ответ: стороны вписанного прямоугольника
равны 1,02 и 4,08

№2

$$\frac{1}{\sqrt{1} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{63} + \sqrt{64}} =$$

$$= \frac{1 \cdot (\sqrt{2} - \sqrt{1})}{(\sqrt{1} + \sqrt{2})(\sqrt{2} - \sqrt{1})} + \frac{1(\sqrt{3} - \sqrt{2})}{(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})} + \dots + \frac{1(\sqrt{64} - \sqrt{63})}{(\sqrt{64} + \sqrt{63})(\sqrt{64} - \sqrt{63})} =$$

(делаем формулу разности квадратов в знаменателе для избавления от корней).

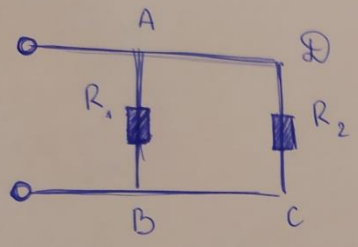
$$= \frac{\sqrt{2} - \sqrt{1}}{2 - 1} + \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{3 - 2} + \dots + \frac{\sqrt{63} - \sqrt{62}}{63 - 62} + \frac{\sqrt{64} - \sqrt{63}}{64 - 63} =$$

$$= \sqrt{2} - \sqrt{1} + \sqrt{3} - \sqrt{2} + \sqrt{4} - \sqrt{3} + \dots + \sqrt{63} - \sqrt{62} + \sqrt{64} - \sqrt{63} =$$

$$= -\sqrt{1} + \sqrt{64} = -1 + 8 = \textcircled{7}$$

Ответ: 7

№5
По сколько раз ... от тока, между пересечением ... и, написав диагональ



- ① П.к. сторона AB в 3 раза короче обхода ADBC, то $R_1 = \frac{R_2}{3}$
- ② $I_1 = \frac{U_1}{R_1}$; $I_2 = \frac{U_2}{R_2}$; $U_1 = U_2$

(т.к. наше соединение параллельное). $R_2 = 3R_1$

$$I_1 = \frac{U}{R_1}; \quad I_2 = \frac{U}{3R_1} = \frac{1}{3} \cdot \frac{U}{R_1}$$

③ $I_1 = 3 I_2$

Ответ: мощность тока на диагонали DC будет в 3 раза меньше, чем на AB.