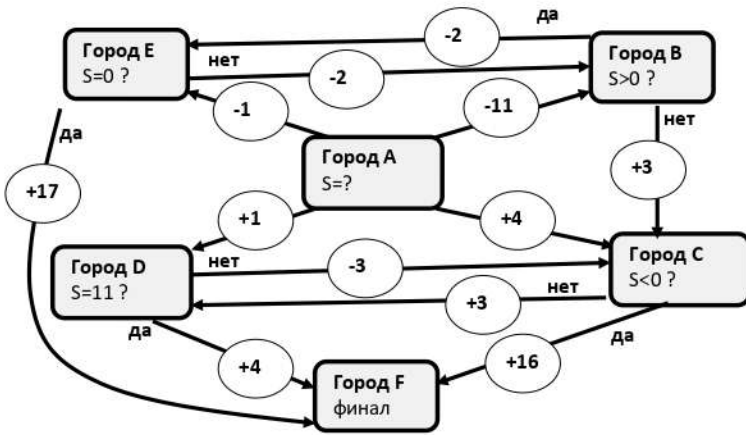




Олимпиада «МИСИС зажигает звезды»
Информационно - технологическое направление
Заключительный этап 2021 г.

Вариант 3
11 класс

№	Задание	Ответы	Баллы
1	Дан многочлен седьмой степени с целочисленными коэффициентами. Известно, что при пяти различных целочисленных значениях аргумента он равен 7. Может ли этот многочлен иметь целочисленные корни? Ответ обоснуйте.		10
2	В шахматном турнире каждый участник должен был сыграть по одной партии со всеми остальными. Гроссмейстеры Иванов и Сидоров сыграли одинаковое число партий, после чего заболели и выбыли из турнира. Остальные участники турнира доиграли до конца, и в итоге оказалось, что всего сыграно 39 партий. Каким могло быть общее количество участников турнира, и успели ли Иванов и Сидоров сыграть между собой? Дайте аргументированный ответ.		15
3	В треугольнике ABC угол A вдвое больше угла B, $AC = 3$ и $AB = 5$. Найдите BC .		25
4	Закодируйте слово ПЕРЕПЕЛ, если известно, что для его кодирования выбран код переменной длины таким образом, что слово занимает минимально возможное количество символов, кодирование и декодирование производится с начала кодовой последовательности и для кодирования буквы Л использованы только нули.		10
5	Путешественник начинает свой путь в городе А, имея на своем банковском счету некоторое количество монет S. Сумма на счету – целое число, как положительное, так и отрицательное. Идти из города А он может в любом направлении. Каждая дорога увеличивает или уменьшает имеющуюся у него сумму денег. В следующем городе стражники отправляют путешественника далее в зависимости от того, сколько у него денег в настоящее время. При какой исходной сумме путешественник сможет максимально увеличить сумму на счету к концу маршрута (в городе F) относительно начальной? Каким путем это достигается? Сколько денег на счету будет у путешественника в конце пути в этом случае? Решение должно объяснять Ваш ответ и описывать путь путешественника, который обеспечит максимальный <u>прирост</u> суммы денег на счету в финальном городе. Ответ должен содержать исходное значение, путь (как цепочку городов) и сумму в итоге.		20



Робот Отрезок имеет возможность рисовать любые фигуры, состоящие из линий с помощью команды `lines(a,u)`. По команде `lines(a,u)` Отрезок рисует отрезок длиной `a`, и поворачивает перо на угол `u` градусов против часовой стрелки.

Например, команда `lines(5, 45)` приведет к рисованию линии и повороту пера:



Команда `cycle k (<список команд>)` позволяет повторять список команд, указанный в скобках `k` раз.

Отрезок умеет работать с целочисленными переменными. Определение и изменение значений переменных реализуется командой присвоения «`=`»; например, для переменной `s`

`s=<новое значение s>`, при этом новое значение переменной может быть как числовым значением, так и арифметическим выражением с использованием классических символов «`+`», «`-`», «`/`», «`*`».

6

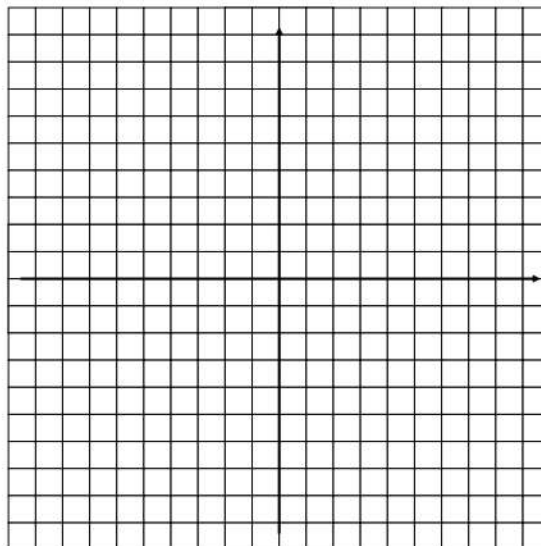
Программы и подпрограммы Отрезка оформляются как `<Имя программы / подпрограммы > (Список параметров для запуска) {Команды}`, например `Main ()`.

Изобразите, что нарисует Отрезок при запуске программы `Main()`:

```

Linecycle(d, z, t)
{
  cycle t (lines(d, z))
}
Main ()
{
  v = 2
  w = -1
  cycle 6 (
    Linecycle(v + w, 120, 3)
    lines(0, -30)
    lines(v*2, 90)
  )
  w = -w
}

```



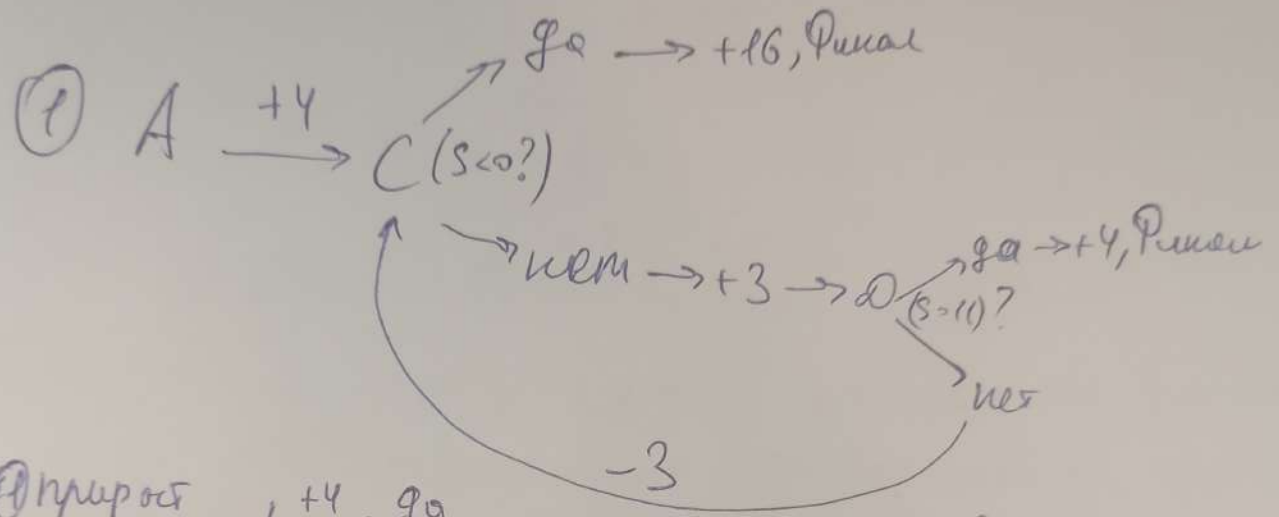
20

~~① A → C → F~~

B - 5 N 3 1 us n 1

US

① A → C → F



① крупос A $\xrightarrow{+4}$ C \xrightarrow{go} +16 → F ⇒ крупос = 20

② A $\xrightarrow{+4}$ C \xrightarrow{kem} +3 → D \xrightarrow{go} +4 → F ⇒ крупос = 11

③ A $\xrightarrow{+4}$ C \xrightarrow{nes} +3 → D \xrightarrow{nes} -3 → C

крупос 4 + 3 - 3 + 16 = 20

↑ +3 -3
C=0 → D=C, то есть
и наоборот
крупос не равно 20

из A репз C max крупос равен 20

② A → D → F

максимальный крупос равен 14

A $\xrightarrow{+1}$ D $\xrightarrow{-3}$ C $\xrightarrow{+16}$ F = 14

(Линия 2) (15)

(III) В город В идти можно не, тк
минимальной пропускной способности равно

$$-11 + 3 + 16 = -11 + 19 = +8$$

(IV) $A \xrightarrow{-1} E \xrightarrow{+17} F = +16$

$$A \xrightarrow{-1} E \xrightarrow{-2} B \xrightarrow{+3} C \xrightarrow{+16} F = +16$$

- 1) Опять же через город E нет смысла идти, тк
городе (+17) присутствуют отрицательные пути,
которые уменьшают пропуск. Макс пропуск равен +16.
- 2) Проходить через B, E не выгодно, тк к ним ведут и между
ними проходят отриц. дороги, которые уменьшают
пропуск.

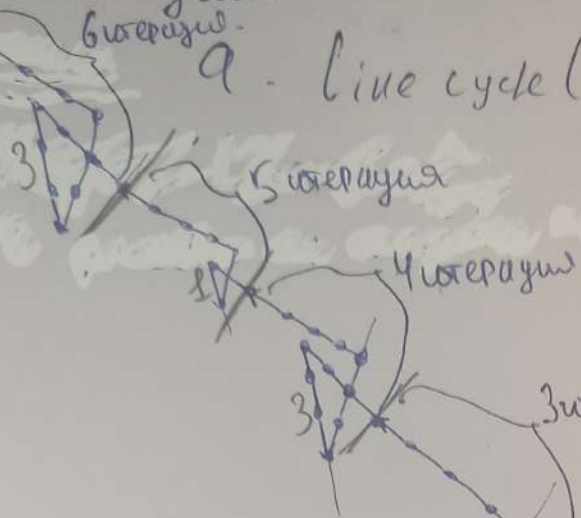
Самый выгодный путь: $A \xrightarrow{+4} C \xrightarrow{+16} F$

Для этого начальной суммой должна быть ≤ -5 .

Пример: $A \xrightarrow{+4} C \xrightarrow{+16} F$
 $S = -5 \quad S = -1 \quad S = 15$ Ответ: -5; ACF, 15.

26

По условию $lines(a, 4)$ пересекает отрезок



а. $line\ cycle(d, z, t) = cycle\ t(lines(d, z))$
 В условии не сказано, куда изобразительно направлена робот. Будем считать, что по оси oy .

Начальное направление вращения по оси oy .

Размеры треугольников чередуются (сторона 1 / сторона 3),
 ↓-ое направление враща группы 4.

- 1) $V=2$
 $\omega=-1$
 $line\ cycle(1, 120, 3)$
 $cycle\ 3(lines(1, 120))$
 $lines(0, -30)$
 $lines(4, 90)$
 $\omega=1$

- 2) $V=2$
 $\omega=1$
 $cycle\ 3(lines(3, 120))$
 $lines(0, -30)$
 $lines(4, 90)$
 $\omega=-1$

- 3) $V=2$
 $\omega=-1$
 $cycle\ 3(lines(1, 120))$
 $lines(4, 90)$
 $\omega=1$

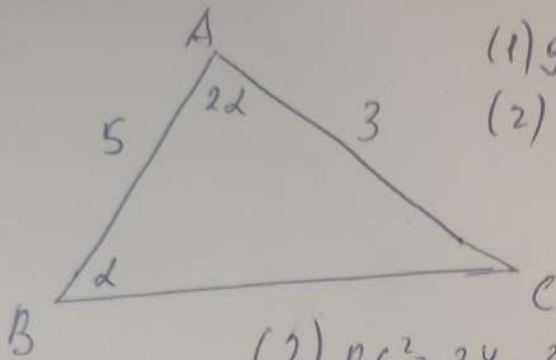
- 4) $V=2$
 $\omega=1$
 $cycle\ 3(lines(3, 120))$
 $lines(4, 90)$
 $\omega=-1$

- 5) $V=2$
 $\omega=-1$
 $cycle\ 3(lines(1, 120))$
 $lines(4, 90)$
 $\omega=1$

- 6) $V=2$
 $\omega=1$
 $cycle\ 3(lines(3, 120))$
 $lines(4, 90)$
 $\omega=-1$



N3



(1) $9 = 25 + BC^2 - 2 \cdot 5 \cdot BC \cdot \cos 2\alpha$
 (2) $BC^2 = 9 + 25 - 2 \cdot 3 \cdot 5 \cos 2\alpha$

(2) $BC^2 = 34 - 30(2\cos^2\alpha - 1)$
 $BC^2 = 34 - 30 \cdot 2\cos^2\alpha + 30$

(1) $\cos 2\alpha = \frac{BC^2 + 16}{10 \cdot BC}$ Pojcubujemy do (2):

$BC^2 = 34 - 30 \cdot 2 \cdot \left(\frac{BC^2 + 16}{10 \cdot BC}\right)^2 + 30$

$BC^2 = 34 - 30 \cdot 2 \cdot \frac{(BC^2 + 16)^2}{100 \cdot BC^2} + 30$ $BC^2 = X \ (X \geq 0)$

$X = 34 - \frac{30 \cdot 2 \cdot (X + 16)^2}{500 \cdot X} + \frac{30}{1}$

$X = 34 - \frac{3(X + 16)^2}{5X} + \frac{30}{1}$; $X = \frac{34 \cdot 5X - 3(X + 16)^2 + 150X}{5}$

$5X^2 = 170X - 3(X^2 + 32X + 256) + 150X$
 $5X^2 = 170X - 3X^2 - 96X - 3 \cdot 256 + 150X$

320		
96		
224		
16		
224		
20		
24		

$8X^2 - 224X + 3 \cdot 256 = 0$

$2X^2 - 56X + 3 \cdot 64 = 0$

$X^2 - 28X + 3 \cdot 32 = 0$

$\Delta = 28^2 - 12 \cdot 32 = 784 - 384 = 400$

$\sqrt{\Delta} = 20$; $X_1 = \frac{28 - 20}{2} = 4$; $X_2 = \frac{28 + 20}{2} = \frac{48}{2} = 24$

n 5 11?

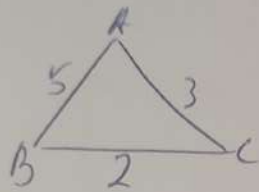
$$\begin{array}{r} 28 \\ \times 28 \\ \hline 224 \\ + 56 \\ \hline 784 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 32 \\ \times 12 \\ \hline 64 \\ + 32 \\ \hline 384 \end{array}$$

$X_1 = 4 \Rightarrow BC^2 = 4 \Rightarrow BC = 2.$

$X_2 = 24 \Rightarrow BC^2 = 24 \Rightarrow BC = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$

① BC = 2



$AB < AC + BC$ (неравенство треугольника)

$5 < 5 \Rightarrow$ ~~неверно~~
неверно.

$BC = 2\sqrt{6}$ → Ответ.

12 $\frac{n(n-1)}{2} \rightarrow$ отсюда найдем количество

$$d + \frac{(n-2)(n-3)}{2} = 33$$

d — Сидоров + Иванов
 $\frac{(n-2)(n-3)}{2}$ — Сидоров и Иванов в группе

① $n=8$: $d = 33 - \frac{6 \cdot 5}{2} = 33 - 15 = 18$
 $d > n$, нет решения.

при $\downarrow n$ $d > n$, решения не будет

② $n=9$, $d = 33 - \frac{7 \cdot 6}{2} = 33 - 21 = 12$ \emptyset

③ $n=10$, $d = 33 - \frac{8 \cdot 7}{2} = 33 - 28 = 5$
 $d > n$, \emptyset

④ $n=11$, $d = 33 - \frac{9 \cdot 8}{2} = 33 - 36 = -3$

$n=11, d=3 \Rightarrow$ Сидоров и Иванов сыграли
 групп с группами, $1+1+\frac{2}{2}=3$ ^{уникал} _{напрям}

⑤ $n=12$, $d = 33 - \frac{10 \cdot 9}{2} = 33 - 45 < 0$, \emptyset

~~Сидоров~~
 $d=3$ говорит о том, что Сидоров сыграл с игроками $n-1$
 а Иванов сыграл с игроками $n-2$ и Сидоровым, т.е. уникаль-
 ных пар было $1+1+\frac{2}{2}=3$. Ответ: 11 игроков; да,
 uniquely.

14

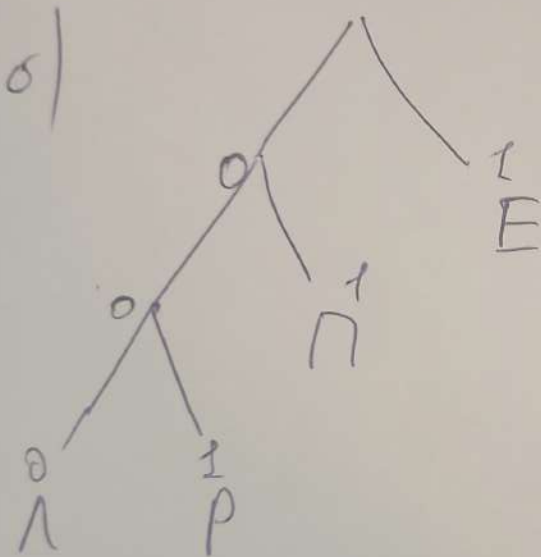
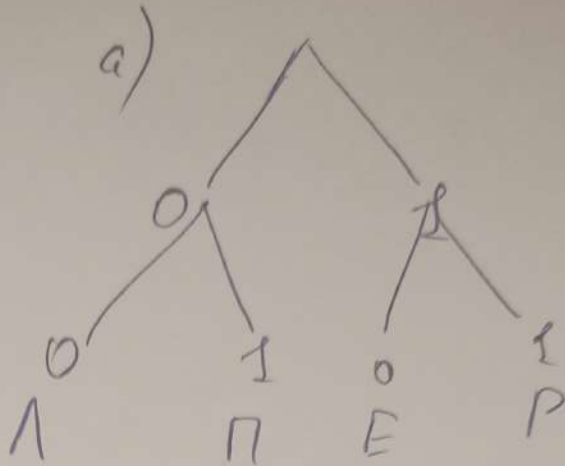
ПЕРЕПЕЛ

$$E \rightarrow 3$$

$$П \rightarrow 2$$

$$P, A \rightarrow 1$$

Глиши: $2 \cdot 2 + 3 \cdot 2 + 2 + 2 = 14$



Глиши:
 $3 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 3 + 3 = 3 + 4 + 3 + 3 = 13$

$E \rightarrow 1$
 $П \rightarrow 01$
 $P \rightarrow 001$
 $A \rightarrow 000$

\Rightarrow ПЕРЕПЕЛ:
 0110011011000

Одси: 0110011011000
 мин глиши 13.