Шифр

Олимпиада «МИСиС зажигает звезды»

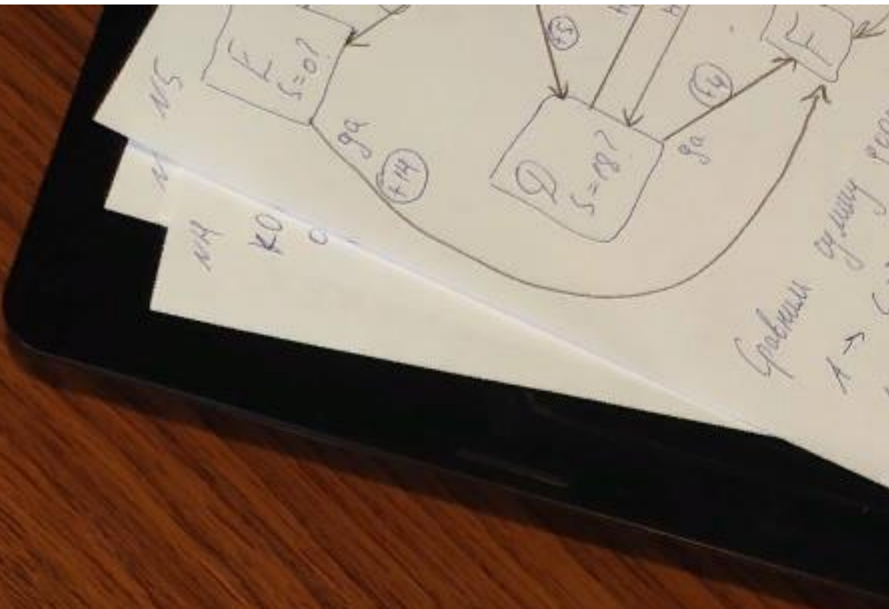
IIнформационно - технологическое направление

Заключительный этап 2021 г.

Вариант 1

11 класс

№	Задание	Ответы	Баллы
1	Дан многочлен пятой степени с целочисленными коэффициентами. Известно, что при трех различных целочисленных значениях аргумента он равен 1. Может ли этот многочлен иметь целочисленные корни? Ответ обоснуйте.		10
2	В шахматном турнире каждый участник должен был сыграть по одной партии со всеми остальными. Гроссмейстеры Иванов и Сидоров сыграли одинаковое число партий, после чего заболели и выбыли из турнира. Остальные участники турнира доиграли до конца, и в итоге оказалось, что всего было сыграно 23 партии. Каким могло быть общее количество участников турнира, и успели ли Иванов и Сидоров сыграть между собой? Дайте аргументированный ответ.		15
3	В треугольнике ABC угол A вдвое больше угла B, $AC=2$ и $AB=3$. Найдите BC.		25
4	Закодируйте слово КОЛОСОК, если известно, что для его кодирования выбран код переменной длины таким образом, что слово занимает минимально возможное количество символов, кодирование и декодирование производится с начала кодовой последовательности и для кодирования буквы С использованы только единицы.		10
5	Путешественник начинает свой путь в городе A, имея на своем банковском счету некоторое количество монет S. Сумма на счету – целое число, как положительное, так и отрицательное. Идти из города A он может в любом направлении. Каждая дорога увеличивает или уменьшает имеющуюся у него сумму денег. В следующем городе стражники отправляют путешественника далее в зависимости от того, сколько у него денег в настоящее время. При какой исходной сумме путешественник сможет максимально увеличить сумму на счету к концу маршрута (в городе F) относительно начальной? Каким путем это достигается? Сколько денег на счету будет у путешественника в конце пути в этом случае? Решение должно объяснять Ваш ответ и описывать путь путешественника, который обеспечит максимальный <u>прирост</u> суммы денег на счету в финальном городе. Ответ должен содержать исходное значение, путь (как цепочку городов) и сумму в итоге.		20



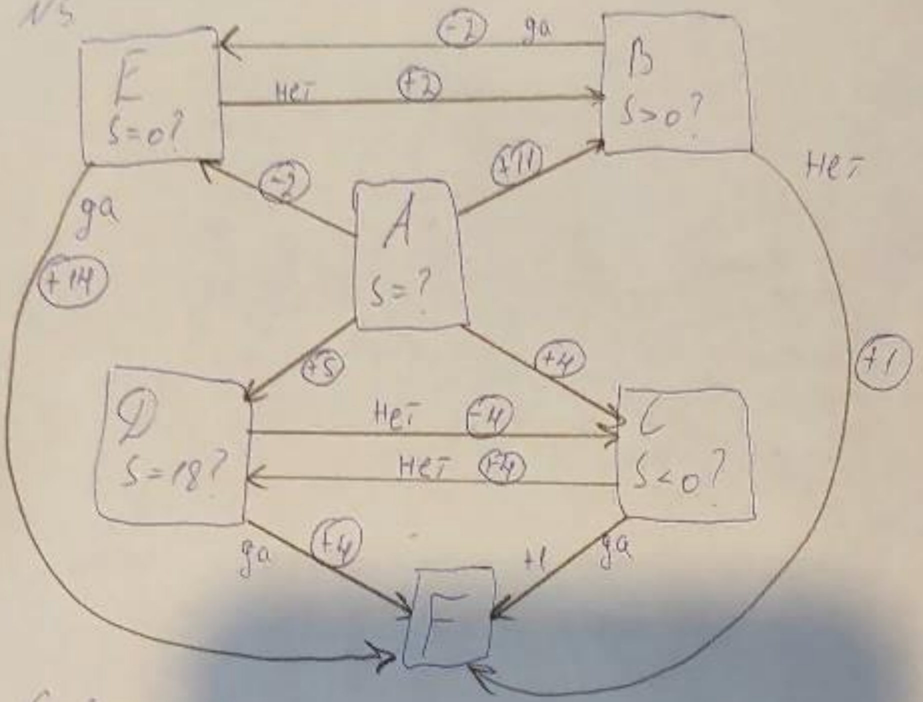
№ 6

a - длина
u - угол поворота
k - цикл. (диапазон)

~~[illegible]~~ Linecycle(d; z; t):
cycle t (lines(d; z))

Main():
b=4
k=1
cycle b (
Linecycle(b+k; 120; 3)
Line cycle(b; 120; 3)
lines(6; 60)
k = -k)

№5



Сравним сумму дорог от A до F:

$A \to C \to D \to F = S+4+4+4 = S+12$

$A \to D \to F = S+5+4 = S+9$

$A \to E \to F = S-2+14 = S+12$

$A \to B \to E \to F = S+11-2+14 = \underline{S+23}$

Наибольший прирост будет на пути $A \to B \to E \to$

В пункте F S должен быт равен 14, т.к. на пункте E

=> на п. B $S=2$ => $A = 2-11 = -9$

<u>Ответ:</u> В п. A $S=-9$; в п. F $S=14$; $A \to B \to E$

№4

колосок

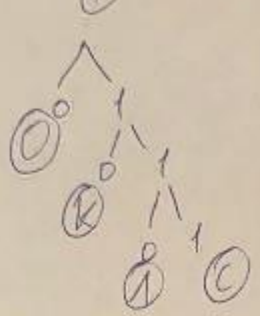
о - 3

к - 2

л - 1

с - 1

1



$3 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + \cancel{3 \cdot 1}\ 1 \cdot 3 + 1 \cdot 3 = 13$

2

$3 \cdot 2 + 2 \cdot 2 +$

$13 > 14 \Rightarrow$ схема 1

Тогда о - 0

к - 10

л - 110

с - 111

колосок → 10.0.110.0.1

Ответ: 10.0.110.0.С.0.10.

№3

Пусть $\angle B = \alpha$, тогда $\angle A = 2\alpha$

Пусть $|BC| = x$

1) По теореме синусов:

$$\begin{cases} \frac{x}{\sin 2\alpha} = \frac{3}{\sin(180-3\alpha)} \\ \frac{2}{\sin\alpha} = \frac{3}{\sin(180-3\alpha)} \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{3\cdot\sin 2\alpha}{\sin 3\alpha} \\ \frac{\sin\alpha}{\sin 3\alpha} = \frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = 3\cdot\frac{2\cdot\cos\alpha\cdot\sin\alpha}{\sin 3\alpha} = 3\cdot 2\cdot\cos\alpha\cdot\frac{2}{3} = 4\cos$$

$$\Rightarrow \cos\alpha = \frac{x}{4}$$

2) По теореме косинусов для угла B:

$$4 = x^2 + 9 - 6x\cos\alpha$$

$$4 = x^2 + 9 - 6\cdot\frac{x^2}{4}$$

$$8 = 2x^2 + 18 - 3x^2$$

$$x^2 = 10$$

$$x = \sqrt{10}$$

Ответ: $\sqrt{10}$

№2.

Находим, что число участников не может быть …
уже при 7 участниках может быть сыграно максим…
при 8 участниках - 28.

Тогда, предположим, что из этих 8 участников №1 …
и ~~Самар~~ Сидоров, и они сыграли по 4 игры как…
и не сыграли с №7, №8 и друг с другом. То…
кол-ва сыгранных партий, всего сыграно 23 …

<u>Ответ: 8 участников; не успели</u>

№1

Если многочлен $P(x)$ равен 1 при трёх различных значен

x: z_1; z_2; z_3, то многочлен $P(x)-1$ имеет 3 корн

z_1; z_2; z_3, значит его можно разложит на множ

$$P(x)-1=(x-z_1)(x-z_2)(x-z_3)(ax^2+bx+c)$$

Отсюда выразим сам многочлен

$$P(x)=(x-z_1)(x-z_2)(x-z_3)(ax^2+bx+c)+1$$

Рассмотрим какой-либо целочисленный корень x_0 эт

многочлена, т.е. уравнение

$$(x_0-z_1)(x_0-z_2)(x_0-z_3)(ax_0^2+bx_0+c)=-1$$

но если z_1, z_2, z_3, a, b, c и x_0 целые, то и в

в скобках целые. Т.е. произведение 4-х целых

что возможно только если каждая скобка равна

Но это значит, что выражения хотя бы двух и

трёх скобок совпадают, что противоречит условию

z_1; z_2; z_3 - различные.