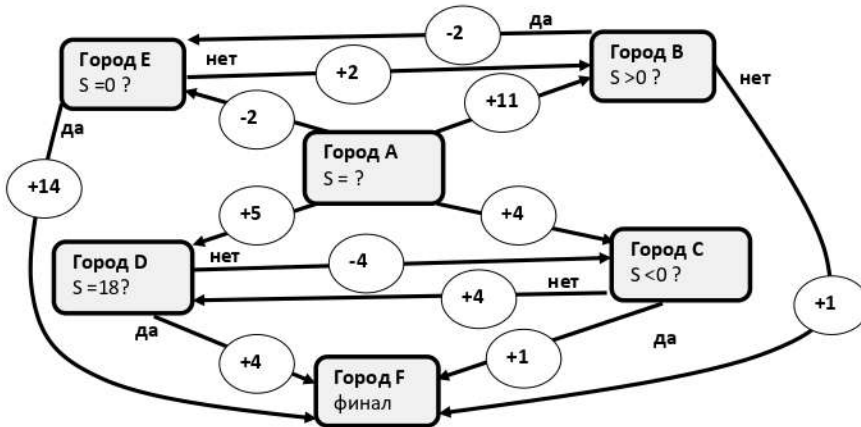




Олимпиада «МИСИС зажигает звезды»
Информационно - технологическое направление
Заключительный этап 2021 г.

Вариант 1
11 класс

№	Задание	Ответы	Баллы
1	Дан многочлен пятой степени с целочисленными коэффициентами. Известно, что при трех различных целочисленных значениях аргумента он равен 1. Может ли этот многочлен иметь целочисленные корни? Ответ обоснуйте.		10
2	В шахматном турнире каждый участник должен был сыграть по одной партии со всеми остальными. Гроссмейстеры Иванов и Сидоров сыграли одинаковое число партий, после чего заболели и выбыли из турнира. Остальные участники турнира доиграли до конца, и в итоге оказалось, что всего было сыграно 23 партии. Каким могло быть общее количество участников турнира, и успели ли Иванов и Сидоров сыграть между собой? Дайте аргументированный ответ.		15
3	В треугольнике ABC угол A вдвое больше угла B, $AC = 2$ и $AB = 3$. Найдите BC .		25
4	Закодируйте слово КОЛОСОК, если известно, что для его кодирования выбран код переменной длины таким образом, что слово занимает минимально возможное количество символов, кодирование и декодирование производится с начала кодовой последовательности и для кодирования буквы С использованы только единицы.		10
5	Путешественник начинает свой путь в городе А, имея на своем банковском счету некоторое количество монет S. Сумма на счету – целое число, как положительное, так и отрицательное. Идти из города А он может в любом направлении. Каждая дорога увеличивает или уменьшает имеющуюся у него сумму денег. В следующем городе стражники отправляют путешественника далее в зависимости от того, сколько у него денег в настоящее время. При какой исходной сумме путешественник сможет максимально увеличить сумму на счету к концу маршрута (в городе F) относительно начальной? Каким путем это достигается? Сколько денег на счету будет у путешественника в конце пути в этом случае? Решение должно объяснять Ваш ответ и описывать путь путешественника, который обеспечит максимальный <u>прирост</u> суммы денег на счету в финальном городе. Ответ должен содержать исходное значение, путь (как цепочку городов) и сумму в итоге.		20



Робот Отрезок имеет возможность рисовать любые фигуры, состоящие из линий с помощью команды `lines(a,u)`. По команде `lines(a,u)` Отрезок рисует отрезок длиной `a`, и поворачивает перо на угол `u` градусов против часовой стрелки.

Например, команда `lines(5, 45)` приведет к рисованию линии и повороту пера:



Команда `cycle k (<список команд>)` позволяет повторять список команд, указанный в скобках `k` раз.

Отрезок умеет работать с целочисленными переменными. Определение и изменение значений переменных реализуется командой присвоения «`=`»; например, для переменной `s`

`s=<новое значение s>`, при этом новое значение переменной может быть как числовым значением, так и арифметическим выражением с использованием классических символов «`+`», «`-`», «`/`», «`*`».

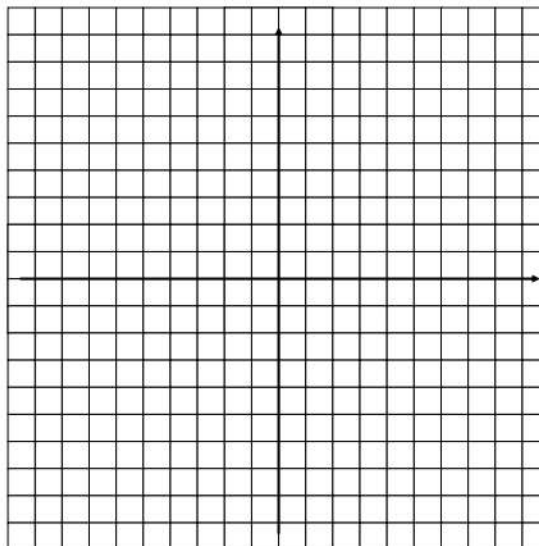
6

Программы и подпрограммы Отрезка оформляются как `<Имя программы / подпрограммы > (Список параметров для запуска) {Команды}`, например `Main ()`.

Изобразите, что нарисует Отрезок при запуске программы `Main()`:

```

Linecycle(d, z, t)
{
  cycle t (lines(d, z))
}
Main ()
{
  b = 4
  k = 1
  cycle 6 (
    Linecycle(b + k, 120, 3)
    Linecycle(b, 120, 3)
    lines(6, 60)
    k = -k
  )
}
  
```



$$1. \quad a_0 x^5 + a_1 x^4 + a_2 x^3 + a_3 x^2 + a_4 x = 1$$

$$a_0 x^5 + a_1 x^4 + a_2 x^3 + a_3 x^2 + a_4 x = 0$$

~~Может не может, т.к. коэффициенты могут
целочисленные, при возведении
целочисленной корня в степень 5
и в целом коэффициенты~~

~~Да, может, если коэффициенты
отрицательные (некоторые).~~

$$x(a_0 x^4 + a_1 x^3 + a_2 x^2 + a_3 x + a_4) = 1$$

$$a_0 x^4 + a_1 x^3 + a_2 x^2 + a_3 x + a_4 = \frac{1}{x}$$

возможно при $x = 1; -1$

Многочлен может иметь
целочисленные корни.

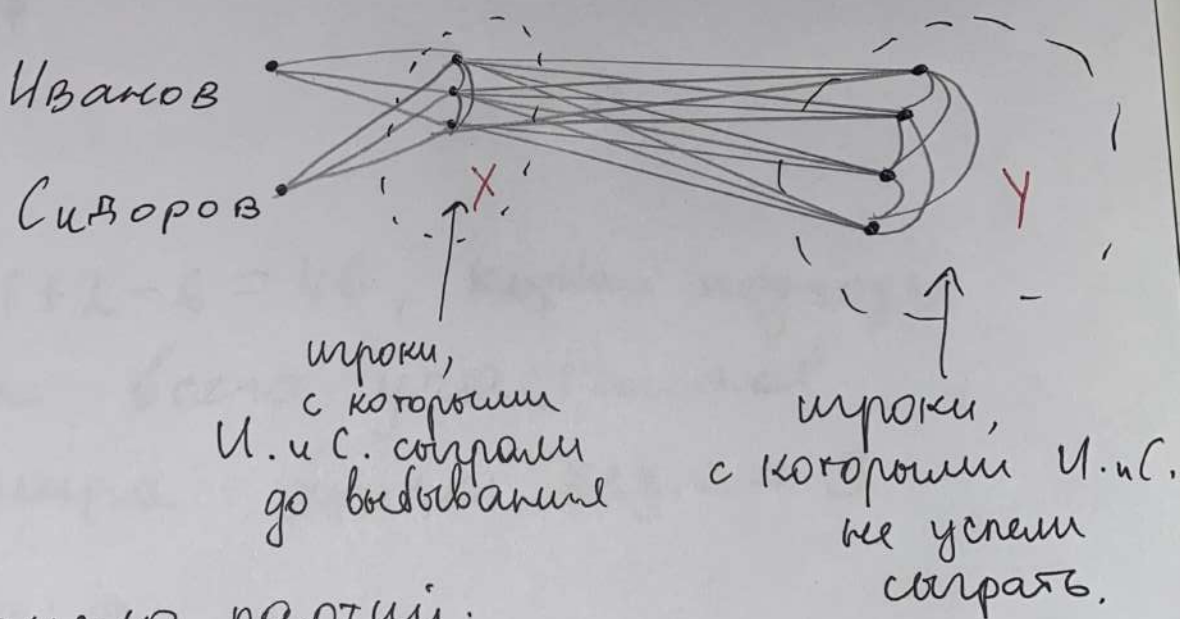
2. Если участников 4, то партий ~~меньше~~ 6.



Если участников 5, то партий 10.



Кол-во партий $K = \frac{n \cdot (n-1)}{2}$, где n - число участников.

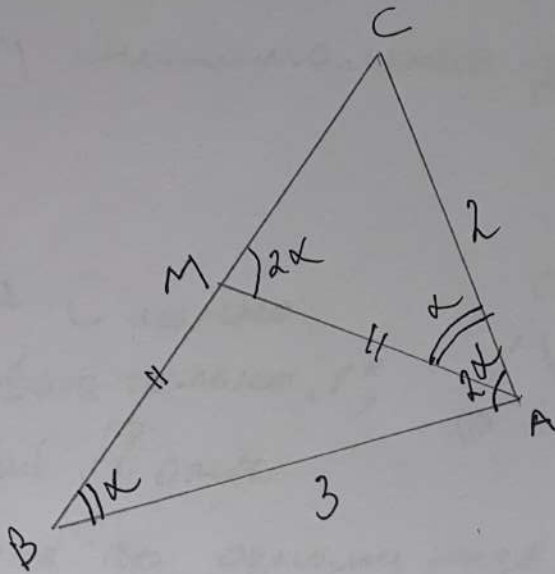


Тогда число партий:

$$K = \frac{(x+y) \cdot (x+y-1)}{2} + \frac{(x+2) \cdot (x+1)}{2}$$

В случае, если Иванов и Сидоров играют между собой. Заметим, что число K всегда чётное. В нашем случае $K = 23$, значит, И.иС. не играют между собой. Эту партию считаем из K ($K-1$), тогда оно может быть чётным (23). 2/7

3.



1. Проведем биссектрису угла A — AM.

$$2. \angle CAM = x$$

$$\angle CMA = \angle MBA + \angle MAB$$

(как ~~в~~ внешний угол треугольника)

$$\angle CMA = x + x = 2x$$

$$3. \triangle ABC \sim \triangle MAC$$

(по двум углам)

$$\frac{AB}{MA} = \frac{BC}{AC} = \frac{AC}{MC}$$

$$\frac{3}{MA} = \frac{BC}{2} = \frac{2}{MC}$$

4. $\triangle BMA$ — равнобедренный \Rightarrow

$$MA = BM;$$

$$BM = BC - MC; MA = BC - MC$$

$$5. \frac{3}{BC - MC} = \frac{BC}{2} = \frac{2}{MC}$$

$$BC = \frac{4}{MC}$$

$$\frac{3}{\frac{4}{MC} - MC} = \frac{2}{MC}$$

$$\frac{3}{1} \cdot \frac{MC}{4 - MC^2} = \frac{2}{MC}$$

$$\frac{3MC}{4 - MC^2} = \frac{2}{MC}$$

$$8 - 2MC^2 = 3MC^2$$

$$5MC^2 = 8$$

$$MC^2 = \frac{8}{5}$$

$$MC = \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{5}}$$

$$BC = \frac{4}{MC} = \frac{4\sqrt{5}}{\sqrt{8}} = \frac{4\sqrt{40}}{8} =$$

$$= \frac{2\sqrt{10}}{2} = \sqrt{10}$$

Ответ: $\sqrt{10}$

~~x+y~~

$$\frac{x(x+y-1)+y(x+y-1)}{2} + \frac{x(x+1)+2(x+1)}{2} = 24$$

$$2x^2 + 2xy + y^2 - y + 2x + 2 = 48$$

$$(x+y)^2 + x^2 + 2x - y = 46$$

Допустим, $(x+y)^2 = 49$.

$$x+y = 7$$

$$x = 1$$

$$y = 6$$

$$49 + 1 + 2 - 6 = 46, \text{ корни подходят.}$$

Тогда всего угастников

$$\text{группира было } x+y+2 = 9.$$

Ответ: 9

5. 1. Если из города А пойти в город В,
 чтобы не зашикнуться между городами
 В и Е нужно, чтобы в городе Е,
 после вычитания 2, $S=0$. \Rightarrow в городе
 В $S=0+2=2$. Тогда в городе А $S=2-11=$
 $= -9$

Прирост в таком случае составит 23.

2. На маршруте $A \rightarrow E \rightarrow B \rightarrow F$ при $S < 2$,
 прирост составит 1.

При $S=2$: 12

При $S > 2$: зашикнется между В и Е.

3. При $S \leq -11$ на маршруте АВФ прирост = 12

4. Маршрут $A \rightarrow D \rightarrow \dots$:

$S=13$: Стокочная = 22 Прирост 9.

Если в С $S=0$, в А $S=-1$, \Rightarrow
 $S < 13$: зашикнется, если в городе С $S < 0$.

При $S \leq -1$ Прирост 2.

$S > 13$: зашикнется.

5. Маршрут $A \rightarrow C \rightarrow \dots$:

5.1 $A \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow F$:

В D $S=18$, для этого В С $S=14$, в А $S=10$.

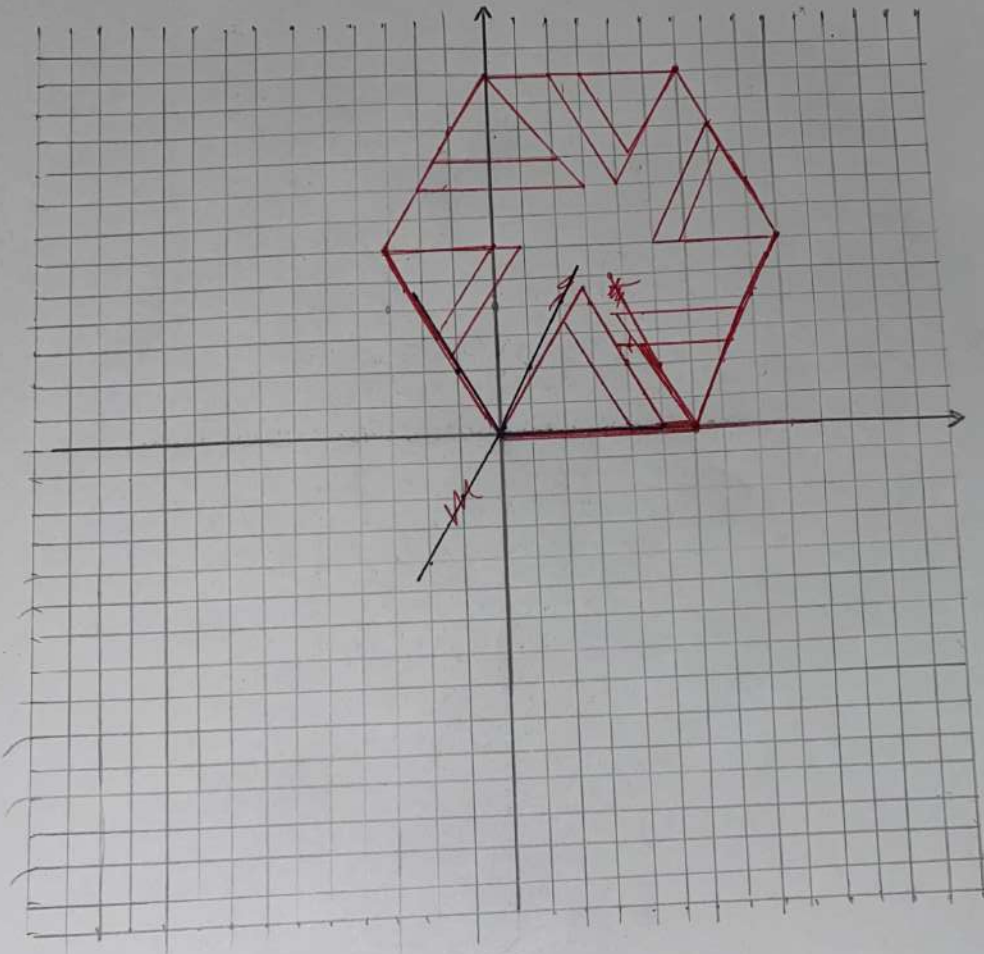
Прирост = 12.

5.2 $A \rightarrow C \rightarrow F$: Прирост = 5

Проверив все маршруты получаем самый большой
 прирост = 23.

Ответ: ~~-9~~; АВЕФ; 14

6.



	d	z	t	
1	+ { 5	120	3	K=1
		120	3	
2	+ { 3	120	3	K=-1
		120	3	
3	+ { 5	120	3	K=1
		120	3	
4	+ { 3	120	3	K=-1
		120	3	
5	+ { 5	120	3	K=1
		120	3	
6	+ { 3	120	3	K=-1
		120	3	

lines (d; z) t par.

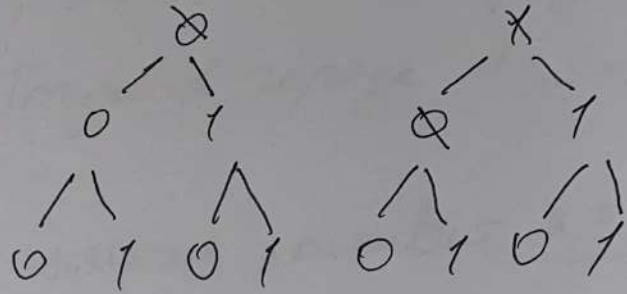
4. КОЛОСОК

Поскольку всего (здесь) встречается буква O, поэтому минимальная длина у неё.

O - 0.

K - 10

Т.к. для C можно использовать только "1", а с буквой П она



встречаются по одному разу, П - 110, C - 111.

K	O	П	O	C	O	K
10	0	110	0	111	0	10

Ответ: 1001100111010