



Олимпиада школьников «МИСиС зажигает звезды»

РЕГИСТРАЦИОННЫЙ ЛИСТ УЧАСТНИКА

Направление техническое

Фамилия Бурмачев

Имя Алекс

Отчество Таволович

Общеобразовательная организация МБОУ СОШ №8 с УИОИТ

им. А.А. Карбыша

Город Сталинск Орлов.

Класс 10 "А"

Дата рождения (дд.мм.гггг.) 22.09.2005

Номер телефона для связи 89514511199

e-mail: ruzyr@yandex.ru

Согласен с использованием моих персональных данных в образовательных целях [подпись] в
(подпись участника)

Результат

Подписи членов жюри

_____/

_____/

_____/



Олимпиада «МИСиС зажигает звезды»

Техническое направление

Заключительный этап 2021 г.

Вариант 1

10 класс

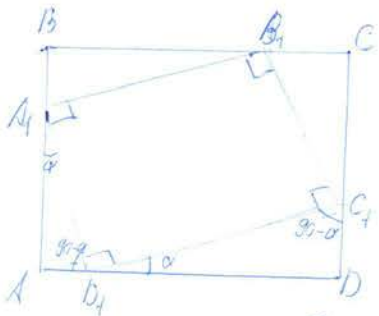
№	Задание	Ответы	Баллы
1	Найдите сумму $\frac{1}{\sqrt{1+\sqrt{2}}} + \frac{1}{\sqrt{2+\sqrt{3}}} + \frac{1}{\sqrt{3+\sqrt{4}}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{98+\sqrt{99}}} + \frac{1}{\sqrt{99+\sqrt{100}}}$	1	15
2	В прямоугольник со сторонами 3 и 4 вписан прямоугольник, стороны которого относятся как 1:3. Найдите стороны вписанного прямоугольника.	$\sqrt{\frac{53}{32}}$; $3\sqrt{\frac{53}{32}}$	20
3	Найдите остаток от деления числа $2021^{2022} + 2023^{2022}$ на 2022.	2	25
4	Шарик брошен с поверхности земли под углом $\alpha = 45^\circ$ к горизонту с начальной скоростью $V_0 = 10$ м/с в направлении вертикальной стенки, расстояние до которой $l = 7$ м. На какой высоте h мяч ударится о стенку? Сопротивлением воздуха пренебречь. Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с ² .		15
5	Из куска однородной проволоки изготовлен замкнутый контур, имеющий форму квадрата $ABCD$. К вершинам квадрата A и B подводят напряжение U , а затем то же самое напряжение U подводят к вершинам A и C . Во сколько раз ток, текущий через сторону AB , в первом случае отличается от тока, текущего через сторону AB , во втором?		25

11

$$\begin{aligned}
 S &= \frac{1}{\sqrt{1} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{98} + \sqrt{99}} + \frac{1}{\sqrt{99} + \sqrt{100}} = \\
 &= \frac{\sqrt{1} - \sqrt{2}}{1 - 2} + \frac{\sqrt{2} - \sqrt{3}}{2 - 3} + \frac{\sqrt{3} - \sqrt{4}}{3 - 4} + \dots + \frac{\sqrt{98} - \sqrt{99}}{98 - 99} + \frac{\sqrt{99} - \sqrt{100}}{99 - 100} = \\
 &= -(\sqrt{1} - \sqrt{2}) - (\sqrt{2} - \sqrt{3}) - (\sqrt{3} - \sqrt{4}) - \dots - (\sqrt{98} - \sqrt{99}) - (\sqrt{99} - \sqrt{100}) = \\
 &= -\sqrt{1} + \sqrt{2} - \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{3} + \sqrt{4} - \dots + \sqrt{99} - \sqrt{98} + \sqrt{100} - \sqrt{99} = \\
 &= -\sqrt{1} + \sqrt{100} = -1 + 10 = 9
 \end{aligned}$$

Ответ: 9

12



Решение

- 1) Пусть $AA_1 = x$; а $AD_1 = y$; тогда $A_1B = 3 - x$; а $DD_1 = 4 - y$
- 2) Рассмотрим $\triangle AA_1D_1$ и $\triangle DD_1C_1$ (прямоугольные)
 - а) $\triangle AA_1D_1 \sim \triangle DD_1C_1$ т.к. $\angle AA_1D_1 = \angle C_1D_1D$ и $\angle AD_1A_1 = \angle D_1C_1D$
 - б) $\frac{A_1D_1}{D_1C_1} = \frac{AD_1}{D_1D} = \frac{AA_1}{DD_1} = \frac{1}{3}$

$$\frac{x}{4-y} = \frac{y}{3-x} = \frac{1}{3}$$

$$\begin{cases} 3y = 3 - x \\ 3x = 4 - y \end{cases} \quad \begin{cases} x = 3 - 3y \\ 3x = 4 - y \end{cases} \quad \begin{cases} x = 3 - 3y \\ 9 - 9y = 4 - y \end{cases} \quad \begin{cases} x = 3 - 3y \\ y = \frac{5}{8} \end{cases} \quad \begin{cases} x = 3 - \frac{15}{8} = \frac{24 - 15}{8} = \frac{9}{8} \\ y = \frac{5}{8} \end{cases}$$

Рассмотрим $\triangle AA_1D_1$

Дано:
 ABCD - прямоугольник
 A_1, B_1, C_1, D_1 - точки на сторонах
 $AB = CD = 3$
 $BC = AD = 4$
 $A_1D_1 = 1$
 $D_1C_1 = \frac{1}{3}$
 Найти: A_1D_1 ?,
 C_1D_1 ?



$$\frac{7}{4} = \sqrt{\left(\frac{9}{8}\right)^2 + \left(\frac{5}{8}\right)^2} \quad \text{по теореме Пифагора}$$

$$A_1 D_1^2 = A D_1^2 + A_1^2$$

$$A_1 D_1 = \sqrt{A D_1^2 + A_1^2}$$

$$A_1 D_1 = \sqrt{\left(\frac{9}{8}\right)^2 + \left(\frac{5}{8}\right)^2}$$

$$A_1 D_1 = \sqrt{\frac{81+25}{64}} = \sqrt{\frac{106}{64}} = \sqrt{\frac{53}{32}}$$

П.к. $\frac{A_1 D_1}{D_1 C_1} = \frac{1}{3}$, то $D_1 C_1 = 3 A_1 D_1 = 3 \cdot \sqrt{\frac{53}{32}}$

№3

$$2021^{2022} + 2023^{2022}$$

$$(2022-n)^{2022} + (2022+n)^{2022}$$

Раскроем законности в формуле бина $(n-1)^k + (n+1)^k$

$$1) (n-1)^2 + (n+1)^2 = n^2 - 2n + 1 + n^2 + 2n + 1 = 2n^2 + 2$$

$$2) (n-1)^3 + (n+1)^3 = n^3 - 3n^2 + 3n - 1 + n^3 + 3n^2 + 3n + 1 = 2n^3 + 6n$$

$$3) (n-1)^4 + (n+1)^4 = (n^4 - 4n^3 + 6n^2 - 4n + 1) + (n^4 + 4n^3 + 6n^2 + 4n + 1) = 2n^4 + 12n^2 + 2$$

Всегда можно показать что при $k=2q$ бина $(n-1)^k + (n+1)^k$ на n будет остаток 2, а при $k=2q+1$ остаток бина равен нулю.
Значит бина $2021^{2022} + 2023^{2022}$ на 2022 будет остаток 2.
Ответ: 2

ЧЕРНОВИК

N1

$$\frac{1}{\sqrt{1+\sqrt{2}}} + \frac{1}{\sqrt{2+\sqrt{3}}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{99+\sqrt{100}}}$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{a+b}{ab} + \frac{1}{c} = \frac{ac+ab+ab}{abc}$$

$$S_1 = \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{3+\sqrt{2}}}{(\sqrt{1+\sqrt{2}})(\sqrt{2+\sqrt{3}})} = \frac{1+2-\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{2+\sqrt{3}}+2\sqrt{6}}$$

$$S_2 = \frac{(1+2-\sqrt{2}+\sqrt{3})(\sqrt{3+\sqrt{2}}) + (1+2-\sqrt{2}+\sqrt{3})}{(\sqrt{1+\sqrt{2}})(\sqrt{2+\sqrt{3}})(\sqrt{3+\sqrt{2}})} = \frac{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(1+2-\sqrt{2}+\sqrt{3})(\sqrt{3+\sqrt{2}}+1)}{(\sqrt{1+\sqrt{2}})(\sqrt{2+\sqrt{3}})(\sqrt{3+\sqrt{2}})}$$

$$S_2 = \frac{1}{(\sqrt{1+\sqrt{2}})(\sqrt{2+\sqrt{3}})(\sqrt{3+\sqrt{2}})}$$

$$\frac{1}{\sqrt{1+\sqrt{2}}} = \frac{\sqrt{1-\sqrt{2}}}{1-2} = -\frac{\sqrt{1-\sqrt{2}}}{1} = -\sqrt{1-\sqrt{2}} = -\sqrt{2-\sqrt{4}} = -\sqrt{2-\sqrt{3+\sqrt{2}}} = -\sqrt{2-\sqrt{5+\sqrt{6}}} = -\sqrt{2-\sqrt{99+\sqrt{100}}} =$$

$$= \sqrt{2-\sqrt{4}} + \sqrt{4-\sqrt{3}} + \sqrt{3-\sqrt{5}} + \dots + \sqrt{100-\sqrt{99}}$$

$$= \sqrt{2-1+2-\sqrt{3}} + \sqrt{4-3+4-\sqrt{5}} + \dots + \sqrt{100-99+\sqrt{100}} =$$

$$= \sqrt{2} + \sqrt{1-\sqrt{3}} + \sqrt{1-\sqrt{5}} + \dots + \sqrt{1-\sqrt{100}}$$

$$= -\sqrt{1-\sqrt{3}} - \sqrt{1-\sqrt{5}} - \dots - \sqrt{1-\sqrt{100}} =$$

$$= -\sqrt{1-\sqrt{3}} - \sqrt{1-\sqrt{5}} - \dots - \sqrt{1-\sqrt{100}}$$

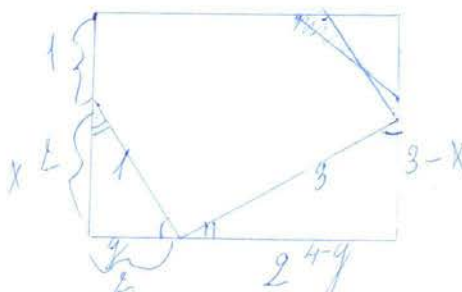
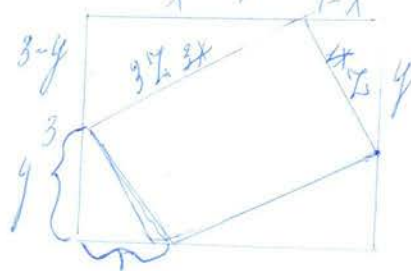
$$= \sqrt{2} + \sqrt{4} + \sqrt{6} + \dots + \sqrt{100} - \sqrt{1-\sqrt{3}} - \sqrt{1-\sqrt{5}} - \dots - \sqrt{1-\sqrt{100}}$$

$$= \sqrt{2} + \sqrt{4} + \sqrt{6} + \dots + \sqrt{100} - \sqrt{1-\sqrt{3}} - \sqrt{1-\sqrt{5}} - \dots - \sqrt{1-\sqrt{100}}$$

$$= \sqrt{2} + \sqrt{4} + \sqrt{6} + \dots + \sqrt{100} - \sqrt{1-\sqrt{3}} - \sqrt{1-\sqrt{5}} - \dots - \sqrt{1-\sqrt{100}}$$

$$= \sqrt{2} + \sqrt{4} + \sqrt{6} + \dots + \sqrt{100} - \sqrt{1-\sqrt{3}} - \sqrt{1-\sqrt{5}} - \dots - \sqrt{1-\sqrt{100}}$$

$$\sqrt{4} = 2$$



$$\frac{1}{3} = \frac{\sqrt{(4-x)^2 + y^2}}{\sqrt{(3-y)^2 + x^2}}$$

$$\frac{1}{9} = \frac{(4-x)^2 + y^2}{(3-y)^2 + x^2}$$

$$9((3-y)^2 + x^2) = (4-x)^2 + y^2$$

$$9(9-6y+y^2+x^2) = 16-8x^2+x^2+y^2$$

$$\frac{1}{3} = \frac{4}{3-x} \Rightarrow 3-x = 3 \Rightarrow x=0$$

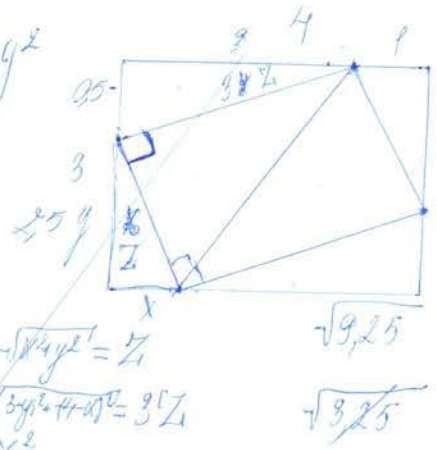
1/3 = 1/3
1/3 = 1/3
1/3 = 1/3

$$9(9-6y+y^2+x^2) = 16-8x+x^2+y^2$$

$$81-54y+9y^2+9x^2 = 16-8x+x^2+y^2$$

$$65-54y+8x+8y^2+8x^2 = 0$$

$$8(x^2+y^2)+8x-54y+65=0$$



$$\sqrt{3+2,25}$$

$$\sqrt{2,25+1}$$

$$\sqrt{2}-\sqrt{7}+\sqrt{3}-\sqrt{2}$$

$$\sqrt{7}-\sqrt{2}$$

$$-\sqrt{x^2+y^2} = \frac{1}{25}$$

$$\sqrt{(3y)^2+(4-x)^2} = \frac{3}{25}$$

$$x^2+y^2 = \frac{1}{25}$$

$$(3-y)^2+(4-x)^2 = \frac{9}{25}$$

$$9x^2+9y^2 = 9-6y+y^2+16-8x+x^2$$

$$8(x^2+y^2) = 25-6y-8x$$

$$5x^2$$

№10.1

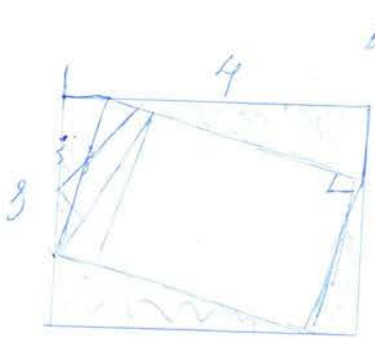
$$\frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{98}+\sqrt{99}} + \frac{1}{\sqrt{99}+\sqrt{100}} =$$

$$= \frac{\sqrt{7}-\sqrt{2}}{1-2} + \frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2-3} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{4}}{3-4} + \dots + \frac{\sqrt{98}-\sqrt{99}}{98-99} + \frac{\sqrt{99}-\sqrt{100}}{99-100} =$$

$$= -(\sqrt{7}-\sqrt{2}) + (\sqrt{2}-\sqrt{3}) - (\sqrt{3}-\sqrt{4}) - \dots - (\sqrt{98}-\sqrt{99}) - (\sqrt{99}-\sqrt{100}) =$$

$$= \sqrt{2} - \sqrt{7} + \sqrt{3} - \sqrt{2} + \sqrt{4} - \sqrt{3} + \dots + \sqrt{99} - \sqrt{98} + \sqrt{100} - \sqrt{99} =$$

$$= -\sqrt{7} + \sqrt{100} = -1 + 10 = 9$$



№10.2 №3

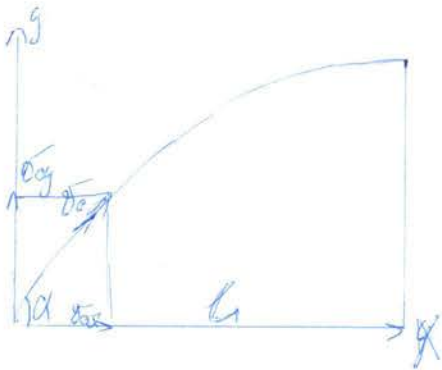
$$2^{2022} + 2^{2023} =$$

Рассмотрим каноническое число по степеням двойки
 2^{2022} оканчивается на 1, 2^{2023} оканчивается на 2

$$(2^{2022})^{2022} (2^{2022}-1) + (2^{2022}+1)^{2022} = 2(2^{2022}+1)^{2022} = \frac{2^{2022} \cdot 2^{2022}}{2^{2022}} \text{ ответ: } 2$$

$(n^2-2n+1)(n-1)$	$(n-1)^2+(n+1)^2 = n^2-2n+1$	n^2+2n+1	
$n^3-n^2-2n^2+2n+n-1$	$2n^2-2$	$2(n^2+1)$	$(n-1)^k + (n+1)^k = 2n^k$
n^3-3n^2+3n-1	$(n-1)^3+(n+1)^3$	$n^3+n^2+2n^2+2n+n+1$	$2n^k$
n^3		n^3+n^2+3n+1	$2n^5+2n$
		$2(n^3+3n)$	$2n^4+3$
		$2n^3+3n$	

ЧЕРНОВИК



$$\frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{2g}$$

$$\frac{2v_0^2 \cos^2 \alpha}{2g}$$

$$v_0^2 \cos^2 \alpha$$

$$v_{0x} = v_0 \cos \alpha$$

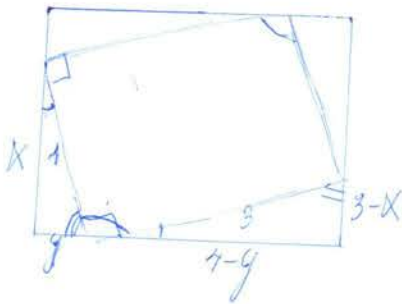
$$v_{0y} = v_0 \sin \alpha$$

$$t = 5 \quad t = \frac{5}{v_0}$$

$$v_{0x} = 0$$

$$2v_0 \cos \alpha = 0$$

$$v_0 =$$



$$\frac{x}{4-y} = \frac{y}{3-x} = \frac{1}{3}$$

$$\begin{cases} 3y = 3-x \\ 3x = 4-y \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 3-3y \\ 3x = 4-y \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 3-3y \\ 9-9y = 4-y \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 3-3y \\ 5 = 8y \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 3 - \frac{15}{8} = \frac{24-15}{8} = \frac{9}{8} \\ y = \frac{5}{8} \end{cases}$$

$$r_1 = \sqrt{\left(\frac{9}{8}\right)^2 + \left(\frac{5}{8}\right)^2}$$

$$r_1 = \sqrt{\frac{81+25}{64}}$$

$$r_1 = \sqrt{\frac{106}{64}} = \sqrt{\frac{53}{32}}$$

10-2-3-1

$$(n+1)^4 + (n-1)^4$$

$$(n+1)^2(n+1)^2 + (n-1)^2(n-1)^2$$

$$(n^2+2n+1)(n^2+2n+1) + (n^2-2n+1)(n^2-2n+1)$$

$$(n^4+2n^3+n^2+2n^2+2n+1) + (n^4-2n^3+n^2-2n^2+2n+1)$$