



## Олимпиада «МИСиС зажигает звезды»

Техническое направление

Заключительный этап 2021 г.

Вариант 4

8 класс

№	Задание	Ответы	Баллы
1	Сравните числа $\frac{2021}{2022}$ и $\frac{20212021202120212021}{20222022202220222022}$ ..		15
2	Дан угол $34^\circ$ . Опишите, как с помощью циркуля и линейки построить угол $13^\circ$ .		20
3	Сколькими нулями заканчивается произведение целых чисел от 1 до 2027?		25
4	К короткому плечу рычага длиной $l = 0,5$ м подвесили груз массой $m = 120$ кг. Груз находится в равновесии, если к длинному плечу $L$ приложена сила $F = 400$ Н. Массу груза увеличивают в два раза. На какую величину $\Delta F$ необходимо изменить силу, чтобы сохранить равновесие при неизменном $L$ ?		15
5	Суммарная масса оболочки воздушного шара объемом $V = 1400$ м <sup>3</sup> , наполненного гелием, и корзины составляет 500 кг. Шар может поднять максимальный груз массой 940 кг. Найти плотность воздуха, считая, что плотность гелия в $n = 7$ раз меньше.		25

Олимпиада "МЧСиС зажигает звёзды"  
 Техническое направление.

Вариант 4.

№1

$$\frac{2021}{2022} \sqrt{\frac{2021202120212021}{2022202220222022} \dots}$$

$$\frac{2021}{2022} \sqrt[1000]{100010001 \dots} = \frac{2021202120212021}{2022202220222022} \dots$$

Ответ:  $\frac{2021}{2022} = \frac{2021202120212021}{2022202220222022} \dots$

№4

Дано:

$L = 0,5 \text{ м}$   
 $m = 120 \text{ кг}$   
 $F = 400 \text{ Н}$   
 $m_2 = 2 \text{ м}$

$\Delta F = ?$

Решение:

$$M_1 = M_2;$$

$$F_1 S_1 = F_2 S_2;$$

$$mgl = FL;$$

$$L = \frac{mgl}{F}; \quad g = 10;$$

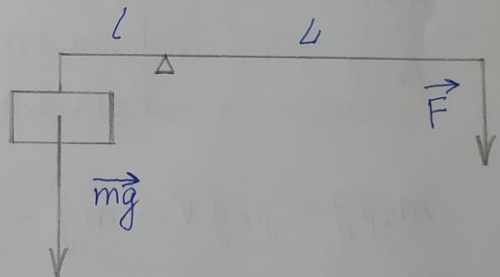
$$L = \frac{120 \cdot 10 \cdot 0,5}{400} = 3 \cdot 0,5 = 1,5 \text{ м};$$

$$F = \frac{mgl}{L};$$

$$\Delta F = F_2 - F_1; \quad \Delta F = F_2 - F;$$

$$F_2 = \frac{m_2 gl}{L} = \frac{2mgl}{L};$$

1



$$F_2 = \frac{2 \cdot 120 \cdot 10 \cdot 0,5}{3 \cdot 1,5} = 2 \cdot 40 \cdot 10 = 800 \text{ Н};$$

$$\Delta F = 800 - 400 = 400 \text{ Н}.$$

Ответ: силу необходимо изменить на  $\Delta F = 400 \text{ Н}$ .

Дано:

$$V = 1400 \text{ м}^3$$

$$m = 500 \text{ кг}$$

$$m_{\text{зп}} = 940 \text{ кг}$$

$$\rho_6 = n \rho_2$$

$$n = 7$$

$$\rho_6 = ?$$

Решение:

$$F_{\text{зп}} = F_A - m - m_2; \quad F_{\text{зп}} = F_A - F_{\text{тяж.1}} - F_{\text{тяж.2.}}$$

$$F_{\text{зп}} = m_{\text{зп}} g;$$

$$F_A = \rho_6 g V;$$

$$m_2 =$$

$$F_{\text{тяж.1}} = m g;$$

$$F_{\text{тяж.2.}} = m_2 g = \rho_2 V g;$$

$$m_{\text{зп}} g = \rho_6 g V - m g - \rho_2 V g;$$

$$\rho_6 = n \rho_2;$$

$$\rho_6 = 7 \rho_2; \Rightarrow \rho_2 = \frac{\rho_6}{7} = \frac{1}{7} \rho_6;$$

$$m_{\text{зп}} g = \rho_6 g V - m g - \rho_2 V g = \rho_6 g V - m g - \frac{1}{7} \rho_6 V g =$$

$$= V g (\rho_6 - \frac{1}{7} \rho_6) - m g = V g \rho_6 (1 - \frac{1}{7}) - m g;$$

$$m_{\text{зп}} g + m g = V g \rho_6 (1 - \frac{1}{7});$$

$$\rho_6 = \frac{m_{\text{зп}} g + m g}{V g (1 - \frac{1}{7})};$$

2

$$\rho_{\text{в}} = \frac{\rho(m_{\text{зп}} + m)}{V \left(1 - \frac{1}{7}\right)} = \frac{m_{\text{зп}} + m}{V \left(1 - \frac{1}{7}\right)} = \frac{m_{\text{зп}} + m}{V \left(\frac{7}{7} - \frac{1}{7}\right)} =$$

$$= \frac{m_{\text{зп}} + m}{\frac{6}{7} V};$$

$$\rho_{\text{в}} = \frac{940 + 500}{\frac{6}{7} \cdot 1400} = \frac{1440}{\frac{6 \cdot 1400}{7}} = \frac{1440}{6 \cdot 200} = \frac{1440}{1200} =$$

$$= \frac{144}{120} = \frac{12}{10} = 1,2 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3};$$

Ответ: плотность воздуха  $1,2 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ .

№3

Ноль на конце числа означает, что это число делится на 10. В свою очередь  $10 = 5 \cdot 2$ . Значит, что делителем любого числа на 10 или на 5 и 2 будет добавлять в ~~конце~~ конец 1 ноль. В промежутке между 1 и 10 ~~то~~ числа в произведении будут давать 2 ~~ноля~~ нуля т.к.  $2 \cdot 5 = 10$  и  $10 = 10$ . То же самое повторится для промежутка между 11 и 20. В таком случае, логично предположить, что промежуток 1..100 будет давать 20 нулей, однако в этом промежутке есть числа 3

25; 50; 75 и 100. Все эти числа имеют по две пятерки в разложении:  $5 \cdot 5 = 25$ ;  $5 \cdot 5 \cdot 2 = 50$ ;  $5 \cdot 5 \cdot 3 = 75$ ;  $5 \cdot 5 \cdot 4 = 100$ ;  $\Rightarrow$  они дают 2 нуля. (звездка для пары может появиться из цифр 4, 6, 8). Исходя из всего этого, можно утверждать, что произведение цифр в промежутке 1..100 будет иметь 24 нуля на конце. Аналогично, в промежутке между 1..1000 будет не меньше, чем:  $24 \cdot 10 = 240$  нулей (в произведении), однако числа:  $5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$ ;  $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 2 = 250$ ;  $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3 = 375$ ;  $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 4 = 500$ ;  $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 625$ ;  $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 6 = 750$ ;  $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 = 875$ ;  $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 8 = 1000$ ; Дают больше нулей, чем мы учли.  $\Rightarrow$  1..1000 в произведении дает  $240 + 1 + 1 + 1 + 1 + 2 + 1 + 1 + 1 = 249$  нулей. Далее можно сказать, что 1..2000 дает в произведении не менее  $249 \cdot 2 = 498$  нулей (увеличение на разряд не происходит, но есть икато ченне:  $1250 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 2$ ;  $1875 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3$ )  $\Rightarrow$   $\Rightarrow$  1..2000 дает  $498 + 2 = 500$  нулей в произведении и 1..2027 ~~дана~~ дает  $500 + 4 + 1 = 505$  нулей в произведении.

Ответ: числа от 1 до 2027 в произведении  
дают 505 нулей.