



Олимпиада «МИСиС зажигает звезды»

Техническое направление

Заключительный этап 2021 г.

Вариант 4

10 класс

№	Задание	Ответы	Баллы
1	Найдите сумму $\frac{1}{\sqrt{1+\sqrt{2}}} + \frac{1}{\sqrt{2+\sqrt{3}}} + \frac{1}{\sqrt{3+\sqrt{4}}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{119+\sqrt{120}}} + \frac{1}{\sqrt{120+\sqrt{121}}}$		15
2	В прямоугольник со сторонами 4 и 5 вписан прямоугольник, стороны которого относятся как 1:4. Найдите стороны вписанного прямоугольника.		20
3	Найдите остаток от деления числа $2027^{2022} + 2029^{2022}$ на 2028.		25
4	На какое максимальное расстояние S человек может отойти от забора высотой $H = 4$ м, если бросок камня производится с высоты $h = 2$ м от поверхности земли со скоростью $V_0 = 5$ м/с под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту, а траектория движения камня должна пройти через верхнюю точку забора? Ускорение свободного падения принять $g = 10$ м/с ² .		15
5	Из куска однородной проволоки изготовлен замкнутый контур, имеющий форму квадрата $ABCD$. К вершинам квадрата A и B подводят напряжение U , а затем то же самое напряжение U подводят к вершинам A и C . Во сколько раз ток, текущий через сторону AB , в первом случае отличается от тока, текущего через сторону AB , во втором?		25

Задача №3

$$\frac{2027^{2022} + 2029^{2022}}{2028} \quad ?$$

$$2027 = (2028 - 1) \Rightarrow (2027)^{2022} =$$

$$= (2028 - 1)^{2022}$$

$$2029 = 2028 + 1 \Rightarrow (2028 + 1)^{2022} = 2029^{2022}$$

По формуле Ньютона $(2028 - 1)^{2022} =$

$$= 2028^{2022} - \binom{2022}{1} 2028^{2021} + \binom{2022}{2} 2028^{2020} - \dots - \binom{2022}{2021} 2028 + 1$$

В итоге получается, что единичный член, который в этом ряду дает остаток при делении на 2028 — это "1".

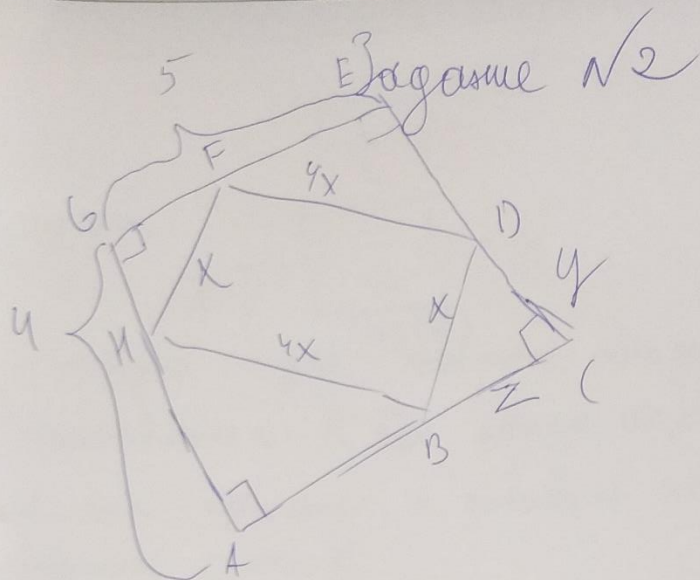
Аналогично с $(2028 + 1)^{2022}$ получается

остаток "1".

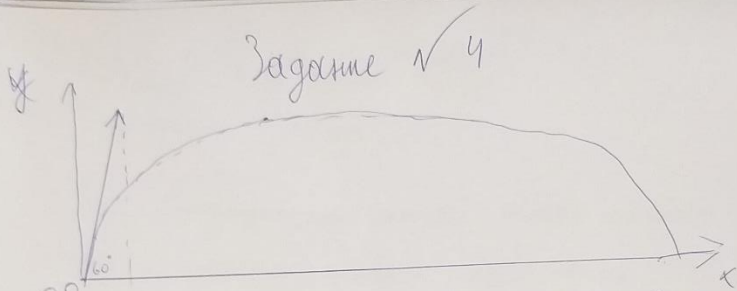
Поскольку $\frac{2027^{2022} + 2029^{2022}}{2028}$ можно представить

как $\frac{(2028-1)^{2022}}{2028} + \frac{(2028+1)^{2022}}{2028}$, но остаток равен 2

Ответ: 2



- 1) Докажем, что $BC = z$, а $DC = y$.
- 2) $\Delta (BD)$: по м. Пифагора: $z^2 + y^2 = x^2$.
- 3) докажем $GF = 5$, а $GH = 4$
- 4) $\Delta (EFD)$: по м. Пифагора:



Для простоты можно считать, что тело стартует с нуля метров.

1) Найти время, когда тело упадет.

(в моменте загару
изменил горизонталь
составляющую 2 м 60
градусов)

$$V_{0x} = V_0 \cdot \cos 60^\circ$$

$$V_{0y} = V_0 \cdot \sin 60^\circ$$

$$0y: V_0 \cdot \sin 60^\circ \cdot t - \frac{gt^2}{2} = 0$$

$$\frac{5\sqrt{3}}{2} \cdot t - \frac{10t^2}{2} = 0$$

$$t(5\sqrt{3} - 10t) = 0$$

$$t = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \text{время прохождения тела}$$

или $t_1 = t \cdot 2 = \frac{\sqrt{3}}{4}$

$$V_0 \cdot \sin 60^\circ \cdot t_1 - \frac{gt_1}{2} = x$$

$$x = \frac{5\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{10 \cdot 3}{32} = \frac{15}{8} - \frac{30}{32} = \frac{30}{32} \text{ м}$$

тип мол, в момент загару будет на 2 м

$\Rightarrow l = 2 \frac{20}{32} \text{ м} < 4 \text{ м} \Rightarrow$ камень
не касается забор

Ответ: ситуация, при которой камень касается
забор с данными условиями, невозможна.

Задача №5
(попр. 2010)

1) схема

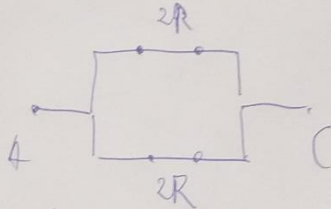


конденсаторы $R \Rightarrow$; можно показать, что
проборка угла R и $3R$ и $3R$ и $3R$ и $3R$
результат R

$$\frac{1}{R_{\text{общ}}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{3R} \Rightarrow R_{\text{общ}} = 0,75R$$

$$I_1 = 0,75R$$

2) схема



$$\frac{1}{R_{\text{общ}}} = \frac{1}{2R} + \frac{1}{2R} = \frac{1}{R} \Rightarrow R_{\text{общ}} = R$$

$$I_2 = R$$

1) схема $I_{\text{общ}} = I_3 + I_4 = I_1$

$$\cancel{I_3} \cdot I_4 \quad V = \text{const} \Rightarrow V = I_3 \cdot R = I_4 \cdot 3R \Rightarrow$$

$$I_3 = 3I_4 \Rightarrow \text{на участке AB (определ.) } I_3 = \frac{3}{4} I_1$$

$$\Rightarrow I_3 = \frac{3 \cdot V \cdot 4}{4 R \cdot 3} = \frac{V}{R}$$

2 cypriai

$$I_{\text{oduj}} = I_5 + I_6 = I_2$$

$$V = \text{const} \Rightarrow V = I_5 \cdot 2R = I_6 \cdot 2R \Rightarrow$$

$$I_5 = I_6 \Rightarrow \text{kd. vrodinokl AB} \Rightarrow I_5 = \frac{1}{2} I_2 \Rightarrow$$

$$I_5 = \frac{V}{2R}$$

$$\frac{I_3}{I_5} = \frac{V \cdot 2 \cdot R}{R \cdot V} = 2$$

Onslem: 2.