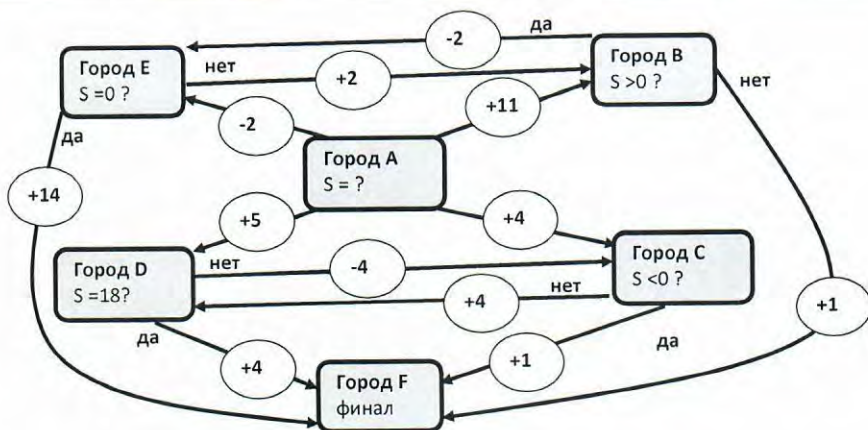




Олимпиада «МИСИС зажигает звезды»
 Информационно - технологическое направление
 Заключительный этап 2021 г.

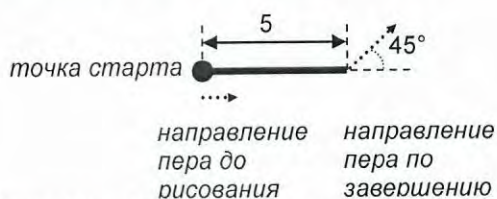
Вариант 1
11 класс

№	Задание	Ответы	Баллы
1	Дан многочлен пятой степени с целочисленными коэффициентами. Известно, что при трех различных целочисленных значениях аргумента он равен 1. Может ли этот многочлен иметь целочисленные корни? Ответ обоснуйте.		10
2	В шахматном турнире каждый участник должен был сыграть по одной партии со всеми остальными. Гроссмейстеры Иванов и Сидоров сыграли одинаковое число партий, после чего заболели и выбыли из турнира. Остальные участники турнира доиграли до конца, и в итоге оказалось, что всего было сыграно 23 партии. Каким могло быть общее количество участников турнира, и успели ли Иванов и Сидоров сыграть между собой? Дайте аргументированный ответ.	Участников 8 Между собой не играли	15
3	В треугольнике ABC угол A вдвое больше угла B, $AC = 2$ и $AB = 3$. Найдите BC .	$\sqrt{10}$	25
4	Закодируйте слово КОЛОСОК, если известно, что для его кодирования выбран код переменной длины таким образом, что слово занимает минимально возможное количество символов, кодирование и декодирование производится с начала кодовой последовательности и для кодирования буквы С использованы только единицы.	100110011010	10
5	Путешественник начинает свой путь в городе А, имея на своем банковском счету некоторое количество монет S. Сумма на счету – целое число, как положительное, так и отрицательное. Идти из города А он может в любом направлении. Каждая дорога увеличивает или уменьшает имеющуюся у него сумму денег. В следующем городе стражники отправляют путешественника далее в зависимости от того, сколько у него денег в настоящее время. При какой исходной сумме путешественник сможет максимально увеличить сумму на счету к концу маршрута (в городе F) относительно начальной? Каким путем это достигается? Сколько денег на счету будет у путешественника в конце пути в этом случае? Решение должно объяснять Ваш ответ и описывать путь путешественника, который обеспечит максимальный <u>прирост</u> суммы денег на счету в финальном городе. Ответ должен содержать исходное значение, путь (как цепочку городов) и сумму в итоге.	Start = 9 Путь: ABEF Sum = 14	20



Робот Отрезок имеет возможность рисовать любые фигуры, состоящие из линий с помощью команды `lines(a,u)`. По команде `lines(a,u)` Отрезок рисует отрезок длиной `a`, и поворачивает перо на угол `u` градусов против часовой стрелки.

Например, команда `lines(5, 45)` приведет к рисованию линии и повороту пера:



Команда `cycle k (<список команд>)` позволяет повторять список команд, указанный в скобках `k` раз.

Отрезок умеет работать с целочисленными переменными. Определение и изменение значений переменных реализуется командой присвоения «`=`»; например, для переменной `s`

`s=<новое значение s>`, при этом новое значение переменной может быть как числовым значением, так и арифметическим выражением с использованием классических символов «`+`», «`-`», «`/`», «`*`».

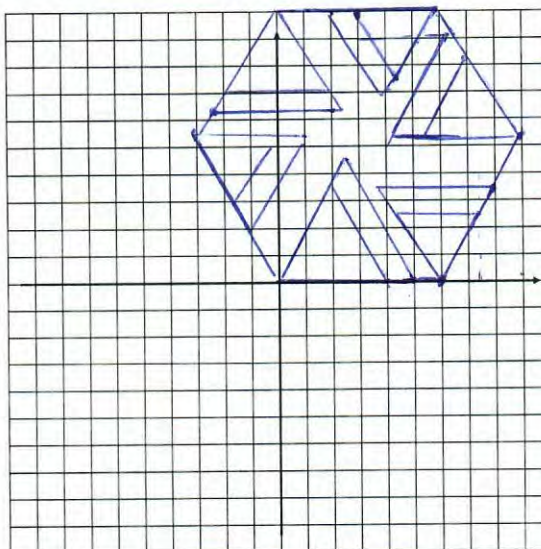
6

Программы и подпрограммы Отрезка оформляются как `<Имя программы / подпрограммы > (Список параметров для запуска) {Команды}`, например `Main ()`.

Изобразите, что нарисует Отрезок при запуске программы `Main()`:

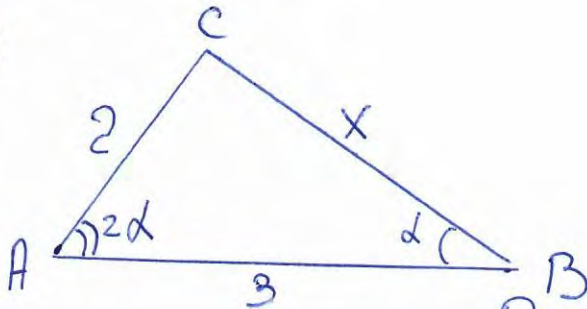
```

Linecycle(d, z, t)
{
  cycle t (lines(d, z))
}
Main ()
{
  b = 4
  k = 1
  cycle 6 (
    Linecycle(b + k, 120, 3)
    Linecycle(b, 120, 3)
    lines(6, 60)
    k = -k
  )
}
  
```



ал. шаблон

3



Дано: $AB=3$; $AC=2$,
 $\angle A = 2\angle B$.
 Найти: CB .

Решение.

1) П.к. в Δ $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$, то $\angle C = 180^\circ - \angle A - \angle B = 180^\circ - 3\alpha$,
 где $\alpha = \angle B$.

$$\sin \angle C = \sin(180^\circ - 3\alpha) = \sin 3\alpha.$$

2) По теореме синусов:

$$\frac{AC}{\sin \angle B} = \frac{AB}{\sin \angle C} = \frac{CB}{\sin \angle A}.$$

Пусть $x = CB$, тогда

$$\frac{2}{\sin \alpha} = \frac{3}{\sin 3\alpha} = \frac{x}{\sin 2\alpha}; \text{ м.к. } \sin 3\alpha = 3\sin \alpha - 4\sin^3 \alpha, \text{ то из}$$

равенства ① получаем: $\frac{2}{\sin \alpha} = \frac{3}{3\sin \alpha - 4\sin^3 \alpha}$.

$$\alpha \in (0; \pi) \Rightarrow \sin \alpha \neq 0 \Rightarrow 2 = \frac{3}{3 - 4\sin^2 \alpha} \Rightarrow \begin{cases} 6 - 8\sin^2 \alpha = 3 \\ \sin^2 \alpha \neq \frac{3}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \sin^2 \alpha = \frac{3}{8} \Rightarrow$$

$$\sin \alpha = \sqrt{\frac{3}{8}} \text{ (м.к. } \alpha \in (0; \pi) \text{ и } \sin \alpha > 0)$$

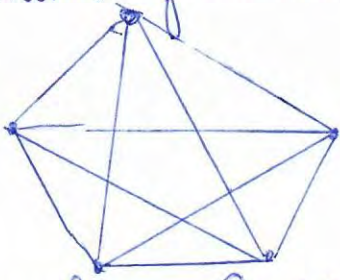
3) α -острый угол, м.к. иначе в Δ будет 3 тупых угла, что невозможно \Rightarrow
 $\cos \alpha > 0 \Rightarrow \cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{\frac{5}{8}}$

4) Из теоремы синусов: $\frac{2}{\sin \alpha} = \frac{x}{\sin 2\alpha} \Rightarrow x = \frac{\sin 2\alpha}{\sin \alpha} \cdot 2 = 4 \cos \alpha \Rightarrow$
 $\Rightarrow x = 4\sqrt{\frac{5}{8}} = 4 \cdot \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{2}} = 2 \cdot \frac{\sqrt{10}}{2} = \sqrt{10}$.

Ответ: $\sqrt{10}$

5) Рассмотрим ситуацию, когда путешественник идет в Д или С. Сумма S что он может двигаться свободно, самым выгодным маршрутом будет $ACDF$. Однако она не осуществляется, т.к. чтобы из D попасть в F , необходимо, чтобы $S < 0$, но чтобы из D попасть в F $S = 18$, что невозможно, т.к. при данном пути $S < 4$. Тогда самым выгодным путем будет ADF , который осуществляется при $S = 13$, а прирост составляет $+9$. Рассмотрим движение в В или Е. Здесь самым выгодным маршрутом является $ABEF$, которая осуществляется при $S = -9$, тогда прирост будет $+11 - 2 + 14 = +23$, что больше прироста в 14 случае.
 Ответ: $S_{\max} = -9$; $ABEF$; $S_{\text{прир}} = 14$.

② Все партии можно представить в виде графа, где каждая вершина соединена с каждой из оставшихся, а количество вершин — количество участщиков. Например для пяти участщиков граф будет выглядеть так:



Количество партий — количество ребер. Их кол-во можно найти как сумму арифм. прогрессии:

$$S = \frac{n(n-1)}{2}$$
 где n — количество участщиков

По условию $S > 23 \Rightarrow \frac{n^2-n}{2} > 23 \Leftrightarrow n^2-n-46 > 0 \Leftrightarrow n \geq 8$ (т.к. $n \in \mathbb{Z}$)
 При $n=8: S=28$. При $n=8: S_{max}=28$, т.е. всего недопустимо

Все по две их игры могут сыграть 7+6=13 партий, а т.к. 2 шрока максимально Сидоров сыграет 8 партий, значит суммарно Иванов и партии, то вместе они сыграют 8+7=15 партий, значит суммарно Иванов и Иванов сыграют вместе, это означает, что между ними должно быть 2 игры, когда партия между ними почитается за 1 игру и поэтому их число нечетно.

При $n=9, S_{max}=36 \Rightarrow$ недопустимо 13 партий. 2 шрока бы максимум могли сыграть 8+7=15 партий, значит они сыграют суммарно 2 партии и отнять все, друг с другом сыграют, т.к. 2-е место число

При $n=10, S_{max}=45 \Rightarrow$ недопустимо 22 партии, но максимальное число партий, которое могут сыграть 2 шрока: $9+8=17 < 22 \Rightarrow$ для $n \geq 10$ такой ситуации быть не может

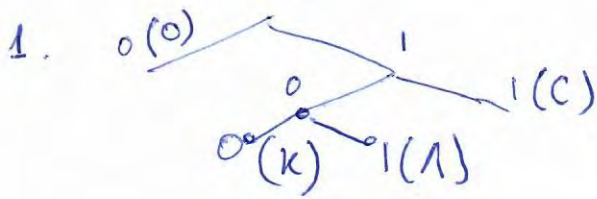
Ответ: кол-во участщиков 9 или 10; вместе не играют.

④ Для кодирования слова будем использовать условие равно, позволяющее однозначно декодировать слова. Буквы заданного слова и их количество представлено ниже:

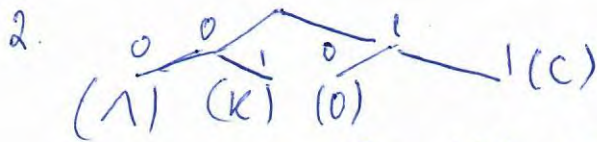
К	О	Л	С
2	3	1	1

Таким образом вариант где код "С" — 1, но подходит т.к. в слове она одна, а закодировать необходимо еще 3 буквы.

Пусть код "С" — 11, тогда рассмотрим 2 варианта: код "0" = 0 и код "0" ≠ 0:



Минимальная длина слова:
 $3 \cdot 1 + 2 \cdot 3 + 3 + 2 = 14$.



Минимальная длина:
 $2 \cdot 7 = 14$.

Если код C - 111, то



Минимальная длина слова: $3 + 2 \cdot 2 + 3 + 3 = 13$.

Дальнейшие варианты не имеют смысла рассмотреть - так как просто будет увеличиваться длина C.

Тогда код слова будет 100'110'111'0'10'

Ответ: ~~100110111010~~ 10'0'110'111'0'10'

6) Заметим, что Linecycle $(n, 120, 3)$ рисует равносторонний Δ со стороной длины n . Ове касаются Linecycle $(b+k, 120, 3)$ и Linecycle $(b, 120, 3)$ нарисуют 2 равносторон. Δ , у которых 2 стороны лежат на односторонних прямых, а третья параллельна. При повороте на 90° в первом касании Lines $(6, 60)$ мы ставим треугольник на вершине следующие равные треугольники вершиной на ось, которая вл. для предыдущих треугольников основанием. Учитывая всё это, изображим паутинную фигуру.