



Олимпиада «МИСИС зажигает звезды»
Информационно - технологическое направление
Заключительный этап 2021 г.

Вариант 3
9 класс

№	Задание	Ответы	Баллы
1	Решите в целых числах уравнение: $2xy - 3y^2 = 3$.		10
2	Найдите вероятность того, что среди цифр наудачу выбранного трехзначного числа цифра 1 содержится ровно 1 раз, цифра 5 тоже содержится 1 раз, и это число не делится на 3.		15
3	В прямоугольнике $ABCD$ соединили отрезком прямой вершину A с серединой стороны BC , вершину B – с серединой CD , вершину C – с серединой AD и вершину D – с серединой AB . В результате прямоугольник разбили на 9 фигур: 4 треугольника и 5 четырехугольников, один из которых (центральный) не имеет общих точек с границей прямоугольника. Известно, что площадь центрального четырехугольника $2,7$, а площадь всего прямоугольника равна $13,5$. Найдите сумму площадей остальных четырех четырехугольников.		25
4	Определите наименьшее количество символов для кодирования слова НЕСЕССЕР, используя код переменной или постоянной длины.		15
5	<p>Путешественник начинает свой путь в городе А, имея на своем банковском счету некоторое количество монет. Сумма на счету – целое число, как положительное, так и отрицательное. Идти из города А он может в любом направлении. Каждая дорога увеличивает или уменьшает имеющуюся у него сумму денег. В каждом следующем городе стражники отправляют путешественника далее в зависимости от того, сколько у него денег в настоящее время.</p> <pre> graph TD A["Город А Σ=12"] -- "+1" --> B["Город В Σ > 0 ?"] A -- "-2" --> E["Город Е Σ = 0 ?"] A -- "-4" --> C["Город С Σ < 0 ?"] B -- "нет" --> A B -- "да" --> F["Город F финал"] C -- "нет" --> A C -- "да" --> F D["Город D Σ = 12 ?"] -- "нет" --> A D -- "да" --> F E -- "нет" --> A E -- "да" --> F F -- "+1" --> F </pre>		15

Определите, по какому маршруту должен пройти путешественник, чтобы дойти до финального города F с наибольшей суммой денег на счету? Каким путем это достигается? Сколько денег на счету будет у путешественника в конце пути в этом случае? Решение должно объяснять Ваш ответ и описывать путь путешественника, который обеспечит максимальную сумму денег на счету в финальном городе. Ответ должен содержать путь (как цепочку городов) и сумму в итоге.

Робот Отрезок имеет возможность рисовать любые фигуры, состоящие из линий с помощью команды `lines(a,u)`. По команде `lines(a,u)` Отрезок рисует отрезок длиной `a`, и поворачивает перо на угол `u` градусов против часовой стрелки. Например, команда `lines(5, 45)` приведет к рисованию линии и повороту пера:



Команда `cycle k (<список команд>)` позволяет повторять список команд, указанный в скобках `k` раз.

Отрезок умеет работать с целочисленными переменными. Определение и изменение значений переменных реализуется командой присвоения «`=`»; например, для переменной `s` `s=<новое значение s>`, при этом новое значение переменной может быть как числовым значением, так и арифметическим выражением с использованием классических символов «`+`», «`-`», «`/`», «`*`».

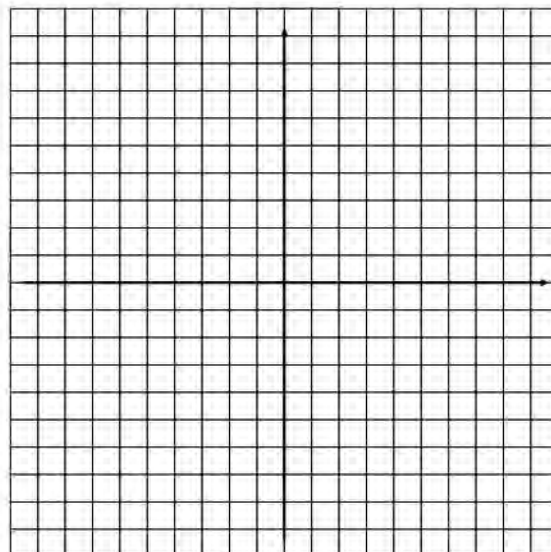
Программы и подпрограммы Отрезка оформляются как `<Имя программы / подпрограммы> (Список параметров для запуска) {Команды}, например: Main () {}`.

Изобразите, что нарисует Отрезок при запуске программы `Main()`:

```

Linecycle(d, z, t)
{
cycle t (lines(d, z))
}
Main ()
{
i=1
cycle 5 (
Linecycle(i, 90, 3)
i=i+1
)
}

```



6

№1

$$2xy - 3y^2 = 3$$

$$3y^2 - 2xy + 3 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = (-2x)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 3 = 4x^2 - 36 = 0$$

$$4x^2 = 36$$

$$x^2 = 9$$

$$x_1 = -3$$

$$x_2 = 3$$

Подставим значения x в уравнение:

1) при $x = -3$

$$3y^2 - 2(-3)y + 3 = 0$$

$$3y^2 + 6y + 3 = 0$$

$$y^2 + 2y + 1 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 4 - 4 = 0$$

$$y = \frac{-b}{2a} = \frac{-2}{2 \cdot 1} = -1$$

2) при $x = 3$

$$3y^2 - 2 \cdot 3y + 3 = 0$$

$$3y^2 - 6y + 3 = 0$$

$$y^2 - 2y + 1 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 4 - 4 = 0$$

$$y = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-2)}{2 \cdot 1} = 1$$

Ответ: при $x = -3$ $y = -1$
при $x = 3$ $y = 1$.

1 - 1 раз

5 - 1 раз

 $x \not\equiv 3 \pmod{3} \quad (x \% 3 \neq 0)$
 $(x \bmod 3 \neq 0)$
 $1+5=6$ - сумма двух известных цифр

Расставить 1 и 5 можно 6 способами: (15*, 1*5, 51*, *15, *51, 5*1).

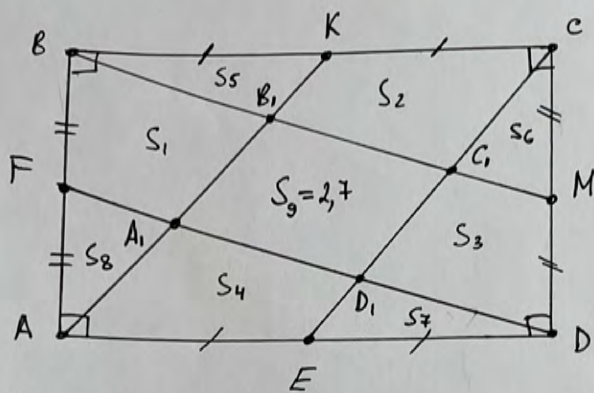
 Чтобы число не делилось на 3, нужно чтобы 3 цифра не была равна 0,3,6,9, значит 3 ^{цифра} может быть 1,2,4,5,7,8. - 6 различных значений.

 Всего вариантов: $6 \times 6 = 36$ - количество возможных расстановок.

Всего трехзначных чисел: 900.

$$P = \frac{36}{900} = 0,04$$

Ответ: 0,04.



$$S_{A_1B_1C_1D_1} = 2,7 = S_9$$

$$S_{ABCD} = 13,5 = S$$

$$S_{B_1A_1F} + S_{K_1B_1C_1} + S_{C_1M_1D_1} + S_{A_1D_1E} = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 = ?$$

$$\left. \begin{array}{l} AD = BC \\ AB = CD \end{array} \right\} \text{т.к. это противоположные стороны прямоугольника}$$

Рассмотрим $\triangle BCM$ и $\triangle FDA$

$$BC = AD \text{ (т.к. } ABCD \text{ - прямоугольник)}$$

$$CM = AF \text{ (т.к. } CM = \frac{CD}{2} \text{ и } AF = \frac{AB}{2}, \text{ а } CM = AB, \text{ потому что это противоположные стороны}$$

прямоугольника)

$$\angle BCM = \angle FAD = 90^\circ \text{ (т.к. это углы прямоугольника)}$$

$$\triangle BCM = \triangle FDA \Rightarrow S_{BCM} = S_{FDA} = \frac{AD \cdot AF}{2} = \frac{BC \cdot CM}{2} = \frac{AD \cdot AB}{4}$$

(по двум сторонам и углу между ними)

$$S_{BCM} + S_{FDA} = 2 \cdot \frac{AD \cdot AB}{4} = \frac{AD \cdot AB}{2}$$

$$S - S_{BCM} - S_{FDA} = AD \cdot AB - \frac{AD \cdot AB}{2} = \frac{AD \cdot AB}{2} = \frac{S}{2} = \frac{13,5}{2} = 6,75 = S_1 + S_9 + S_3$$

$$S_1 + S_3 = 6,75 - S_9 = 6,75 - 2,7 = 4,05$$

Рассмотрим $\triangle ABK$ и $\triangle CDE$

$$AB = CD \text{ (т.к. } ABCD \text{ - прямоугольник)}$$

$$BK = ED \text{ (т.к. } BK = \frac{BC}{2} \text{ и } ED = \frac{AD}{2}, \text{ а } BK = ED, \text{ потому что это противоположные стороны}$$

прямоугольника)

$$\angle ABK = \angle CDE = 90^\circ \text{ (т.к. это углы прямоугольника)}$$

$$\triangle ABK = \triangle CDE \Rightarrow S_{ABK} = S_{CDE} = \frac{AB \cdot BK}{2} = \frac{CD \cdot ED}{2} = \frac{AB \cdot BC}{4}$$

(по двум сторонам и углу между ними)

$$S_{ABK} + S_{CDE} = 2 \cdot \frac{AB \cdot BC}{4} = \frac{AB \cdot BC}{2}$$

$$S - S_{ABK} - S_{CDE} = AB \cdot BC - \frac{AB \cdot BC}{2} = \frac{AB \cdot BC}{2} = \frac{S}{2} = \frac{13,5}{2} = 6,75 = S_4 + S_2 + S_9$$

$$S_2 + S_4 = 6,75 - S_9 = 6,75 - 2,7 = 4,05$$

$$S_1 + S_2 + S_3 + S_4 = (S_1 + S_3) + (S_2 + S_4) = 4,05 + 4,05 = 8,1$$

Ответ: 8,1

В слове НЕСЕСЕР - 4 различные буквы
 „С“ встречается 3 раза, „Н“ - 1, „Е“ - 3, „Р“ - 1

Для того, чтобы получить наименьшее кол-во символов придем к выводу из наиболее встречающихся букв за коду в 1 символ. Например: „Е“ = 0.

Коду равный „1“ уже нельзя использовать, иначе будет читаться по-разному. Если остальные буквы принять за коду в 2 символа, то будет разделение, следовательно 2 буквы имеют коду в 2 символа, а оставшаяся буква - коду в 3 символа. Для наименьшей длины 3 символа будет иметь буква, которая встречается реже всех.

Максимальное кол-во символов: $3 \cdot 1 + 1 \cdot 3 + 2 \cdot 4 = 14$

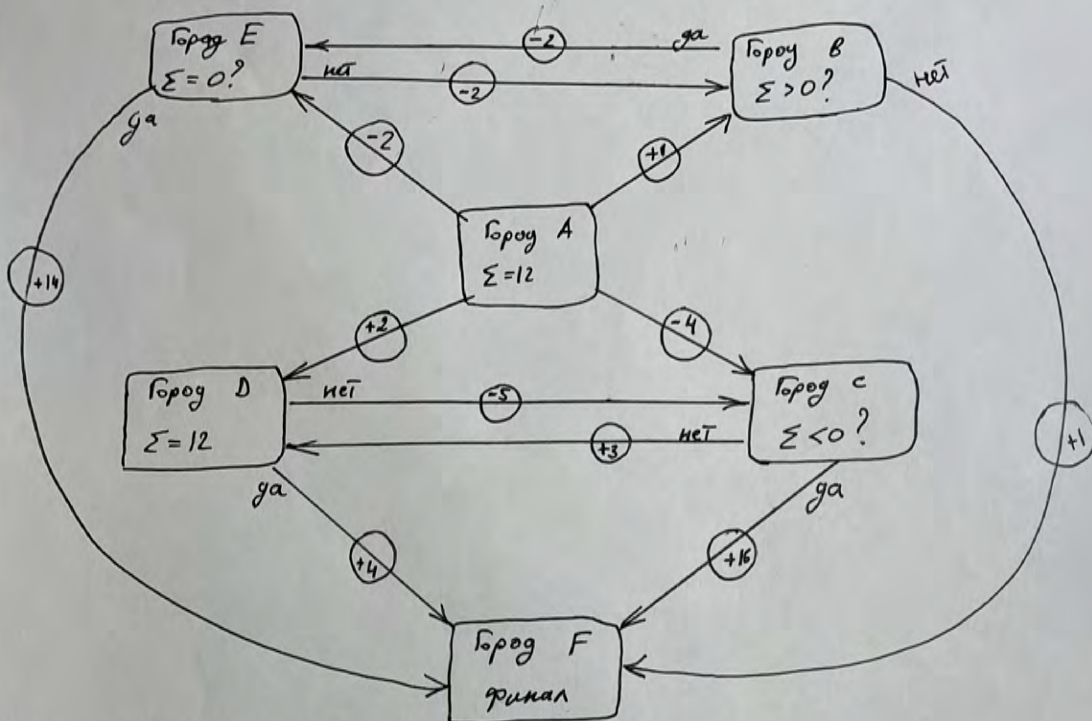
Оценка есть, привел пример.

- Пусть „Е“ = 0
- „С“ = 10
- „Н“ = 11
- „Р“ = 111

НЕСЕСЕР = 11.0.10.0.10.10.0.111

разобраться нет, следовательно пример верен.

Ответ: 14.



Пусть sum - имеющаяся сумма денег
 Максимальная сумма равна 12 ($sum=12$).

1) Пусть сначала мы пойдём в город В:

$sum + 1 \Rightarrow sum = 13.$

$sum > 0 \Rightarrow$ да \Rightarrow направляемся в город Е и теряем 2 ($sum = 11$).

$11 \neq 0 \Rightarrow$ нет \Rightarrow направляемся в город В и теряем 2 ($sum = 9$)

Далее будет цикл: из города В в город Е и обратно, пока sum не будет < 0 в городе В.

Конец цикла: из города Е в город В и теряем 2 ($sum = -3$).

~~В городе В~~
 $-3 < 0 \Rightarrow$ нет \Rightarrow из города В в город Ф ($sum = -3 + 1 = -2$).

2) Пусть сначала мы пойдём в город Е:

$sum - 2 \Rightarrow sum = 10.$

$10 \neq 0 \Rightarrow$ нет \Rightarrow из города Е в город В и теряем 2 ($sum = 8$).

$8 > 0 \Rightarrow$ да \Rightarrow из города В в город Е и теряем 2 ($sum = 6$).

Далее будет цикл: из города Е в город В и обратно, пока sum не будет $= 0$ в городе В.

Конец цикла: из города Е в город В и теряем 2 ($sum = 0$)

$0 = 0 \Rightarrow$ нет \Rightarrow из города В в город Ф ($sum = 0 + 1 = 1$)

3) Пусть сначала мы пойдём в город C:

$$\text{sum} - = 4 \Rightarrow \text{sum} = 8.$$

$8 > 0 \Rightarrow$ нет \Rightarrow из города C в город D и получаем 3 ($\text{sum} = 11$).

$11 \neq 12 \Rightarrow$ нет \Rightarrow из города D в город C и теряем 5 ($\text{sum} = 6$).

Далее будет цикл: из города C в город D и обратно, пока sum не будет меньше 0 в городе C

Конец цикла: из города D в город C и теряем 5 ($\text{sum} = -2$).

$-2 < 0 \Rightarrow$ да \Rightarrow ~~$\text{sum} = -2 + 16 = 14$~~ из города C в город F ($\text{sum} = -2 + 16 = 14$).

4) Пусть сначала мы пойдём в город D:

$$\text{sum} + = 2 \Rightarrow \text{sum} = 14.$$

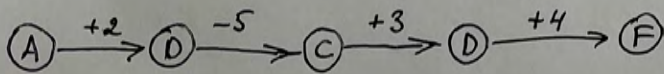
$14 \neq 12 \Rightarrow$ нет \Rightarrow из города D в город C и теряем 5 ($\text{sum} = 9$).

$9 > 0 \Rightarrow$ нет \Rightarrow из города C в город D и получаем 3 ($\text{sum} = 12$).

$12 = 12 \Rightarrow$ да \Rightarrow из города D в город F и получаем 4 ($\text{sum} = 12 + 4 = 16$).

- 1) $\text{sum} = -2$
 - 2) $\text{sum} = 1$
 - 3) $\text{sum} = 14$
 - 4) $\text{sum} = 16$
- } 16 - наибольшее число, значит нужно двигаться по 4 пути.

$$\text{sum}_{\max} = 16$$



Ответ: максимальная сумма - 16.

\sqrt{G}

