



Олимпиада «МИСиС зажигает звезды»

Техническое направление

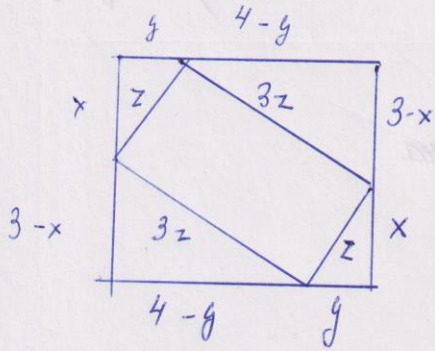
Заключительный этап 2021 г.

Вариант 1

9 класс

№	Задание	Ответы	Баллы
1	Вычислите без калькулятора: $\sqrt{2019 \cdot 2020 \cdot 2021 \cdot 2022 + 1}$		15
2	Найдите сумму $\frac{1}{\sqrt{1} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{98} + \sqrt{99}} + \frac{1}{\sqrt{99} + \sqrt{100}}$		20
3	В прямоугольник со сторонами 3 и 4 вписан прямоугольник, стороны которого относятся как 1:3. Найдите стороны вписанного прямоугольника.		25
4	Тело бросили вертикально вверх со скоростью $V_0 = 43$ м/с. Найти путь, пройденный телом за пятую секунду движения. Считать ускорение свободного падения $g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.		15
5	Из куска однородной проволоки изготовлен замкнутый контур, имеющий форму квадрата $ABCD$. К вершинам квадрата A и B подводят напряжение U , а затем то же самое напряжение U подводят к вершинам A и C . Во сколько раз ток, текущий через сторону AB , в первом случае отличается от тока, текущего через сторону AB , во втором?		25

№ 3



Дано: прямоугольник и вписанный в него прямоугольный;
 стороны описанного: 3; 4;
 стороны вписанного: $\frac{1}{3}$
 Найти: стороны вписанного
 прямоуголь.

Решения:

1) Обозначим стороны вписанного прямоугольника z и $3z$;

Участки от точек касания до вершин на сторонах описанного прямоугольника обозначим: x, y и $3-x$; $4-y$ соответственно, как показано на чертеже.

2) по теореме Пифагора найдем отношения:

$$x^2 + y^2 = z^2$$

$$(3-x)^2 + (4-y)^2 = 9z^2$$

$$\frac{y}{x} = \frac{3-x}{4-y}$$

$$3) 9y^2 + 9x^2 - ((3-x)^2 + (4-y)^2) = 0$$

$$4y - y^2 = 3x - x^2$$

$$4) 8y^2 + 8x^2 + 8y + 6x - 25 = 0$$

$$x^2 - y^2 = 3x - 4y$$

$$5) x = \frac{9}{8}$$

$$y = \frac{5}{8}$$

6) когда меньшая сторона вписанного треугольника:

$$\sqrt{\frac{9^2}{8} + \frac{5^2}{8}} = \sqrt{\frac{106}{64}} = \frac{\sqrt{106}}{8}$$

и большая соответственно равна

$$3 \frac{\sqrt{106}}{8}$$



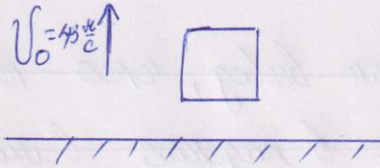
Ответ: $\frac{\sqrt{106}}{8}$; $3 \frac{\sqrt{106}}{8}$

N^o 4

Дано:

$$V_0 = 43 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$



Найти:

S тела за 5-ую секунду движения

Решение:

$$1) S = V_0 t - \frac{gt^2}{2} \quad (\text{перемещение тела, брошенного}$$

$$[S = \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot \text{с} - \frac{\frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot \text{с}^2}{2} = \text{м}] \quad (\text{вертикально вверх с поверхности земли})$$

$$2) S_5 = 43 \cdot 5 - \frac{10 \cdot 25}{2} = 215 - 125 = 90 \text{ м}$$

(высота тела на конце 5-ой секунды от начала движения)

$$3) S_4 = 43 \cdot 4 - \frac{10 \cdot 16}{2} = 172 - 80 = 92 \text{ м}$$

(высота тела на конце 4-ой секунды от начала движения)

Поскольку обратим, т.е. $92 > 90$, $S_4 > S_5$, мы понимаем, что на момент 5-ой секунды тело падает.

4) Тогда найдем максимальную высоту — h_{max} , на которую поднялось тело.

$$h_{\text{max}} = \frac{V_0^2}{2g} ; \quad [h_{\text{max}} = \frac{\frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}}{\frac{\text{м}}{\text{с}^2}} = \text{м}]$$

3

$$h_{\max} = \frac{43^2}{2 \cdot 10} = \frac{1849}{20} = 92 \frac{9}{20} = 92,45 \text{ м}$$

~~Тогда делаем вывод, что тело перешло из полета вверх в падение в момент времени между 4-ой и 5-ой секундой, т.е. t_4~~

5) Найдем момент времени, в который тело достигло h_{\max} из уравнения:

$$92,45 = 43t - \frac{10t^2}{2}$$

$$92,45 = 43t - 5t^2$$

$$5t^2 - 43t + 92,45 = 0$$

$$D = 1849 - 1849 = 0$$

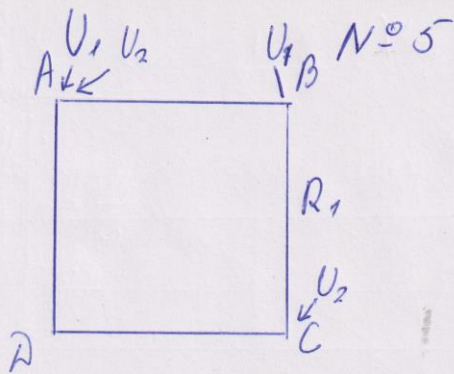
$$t = \frac{-b}{2a} = \frac{43}{10} = 4,3 \text{ с}$$

Тогда делаем вывод, что тело перешло из полета вверх в падение в момент времени между 4-ой и 5-ой секундой движения.

6) Следовательно, чтобы найти путь тела за 5-ую секунду движения, нужно сложить путь от конца 4-ой сек. до h_{\max} и путь от h_{\max} до конца 5-ой секунды.

$$L_5 = (92,45 - 92) + (92,45 - 90) = 0,45 + 2,45 = 2,9 \text{ м}$$

Ответ: 2,9 м



Дано: проводник формы ABCD - квадрат;

1) U_1 - к вершинам A и B

2) U_2 - к вершинам A и C

Найти: \bar{I}_{AB} - в 1) случае
 \bar{I}_{AB} - во 2) случае.

Решение:

1) Из-за двух источников напряжения сторона AB в первом случае будет получать около $\frac{2}{4}$ общего напряжения.

2) обозначим сопротивление одной стороны квадрата R_1 , тогда для первого случая сила тока будет равна:

$$I_1 = \frac{\frac{1}{2} U_{общ}}{R_1} \quad (\text{по закону Ома})$$

3) во втором случае напряжение будет распределено равномерно по сторонам квадрата. Таким образом сила тока во втором случае будет равна:

$$I_2 = \frac{\frac{1}{4} U_{общ}}{R_1}$$

$$4) \frac{I_1}{I_2} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{4}} = \cancel{2} \cdot 2$$

Ответ: сила тока в 1-ом случае в 2 раза больше.

5