



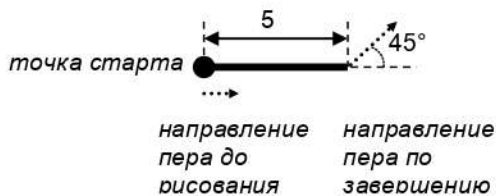
**Олимпиада «МИСиС зажигает звезды»**  
**Информационно - технологическое направление**  
**Заключительный этап 2021 г.**

**Вариант 1**  
**9 класс**

№	Задание	Ответы	Баллы
1	Решите в целых числах уравнение: $2xy + 3y^2 = 3$ .		10
2	Найдите вероятность того, что среди цифр наудачу выбранного трехзначного числа цифра 3 содержится ровно 2 раза, и это число не делится на 3.		15
3	В прямоугольнике $ABCD$ соединили отрезком прямой вершину $A$ с серединой стороны $BC$ , вершину $B$ – с серединой $CD$ , вершину $C$ – с серединой $AD$ и вершину $D$ – с серединой $AB$ . В результате прямоугольник разбили на 9 фигур: 4 треугольника и 5 четырехугольников, один из которых (центральный) не имеет общих точек с границей прямоугольника. Известно, что площадь центрального четырехугольника $1,2$ , а площадь всего прямоугольника равна $6$ . Найдите сумму площадей остальных четырех четырехугольников.		25
4	Определите наименьшее количество символов для кодирования слова МИМИКРИЯ, используя код переменной или постоянной длины.		15
5	<p>Путешественник начинает свой путь в городе А, имея на своем банковском счету некоторое количество монет. Сумма на счету – целое число, как положительное, так и отрицательное. Идти из города А он может в любом направлении. Каждая дорога увеличивает или уменьшает имеющуюся у него сумму денег. В каждом следующем городе стражники отправляют путешественника далее в зависимости от того, сколько у него денег в настоящее время.</p> <pre> graph TD     A["Город А Σ=11"] -- "+14" --&gt; E["Город Е Σ=0?"]     A -- "-2" --&gt; B["Город В Σ&gt;0?"]     A -- "-11" --&gt; C["Город С Σ&lt;0?"]     E -- "нет" --&gt; B     E -- "да" --&gt; F["Город F финал"]     B -- "нет" --&gt; E     B -- "-2" --&gt; A     B -- "-2" --&gt; D["Город D Σ=11?"]     C -- "+4" --&gt; A     C -- "-3" --&gt; D     C -- "нет" --&gt; F     D -- "нет" --&gt; E     D -- "да" --&gt; F     F -- "+16" --&gt; C     F -- "+4" --&gt; D     </pre> <p>Определите, по какому маршруту должен пройти</p>		15

путешественник, чтобы дойти до финального города F с наибольшей суммой денег на счету? Каким путем это достигается? Сколько денег на счету будет у путешественника в конце пути в этом случае? Решение должно объяснять Ваш ответ и описывать путь путешественника, который обеспечит максимальную сумму денег на счету в финальном городе. Ответ должен содержать путь (как цепочку городов) и сумму в итоге.

Робот Отрезок имеет возможность рисовать любые фигуры, состоящие из линий с помощью команды lines (a, u). По команде lines (a, u) Отрезок рисует отрезок длиной a, и поворачивает перо на угол u градусов против часовой стрелки. Например, команда lines (5, 45) приведет к рисованию линии и повороту пера:



Команда cycle k (<список команд>) позволяет повторять список команд, указанный в скобках k раз.

Отрезок умеет работать с целочисленными переменными. Определение и изменение значений переменных реализуется командой присвоения «= $\gg$ »; например, для переменной s s=<новое значение s>, при этом новое значение переменной может быть как числовым значением, так и арифметическим выражением с использованием классических символов «+», «-», «/», «\*».

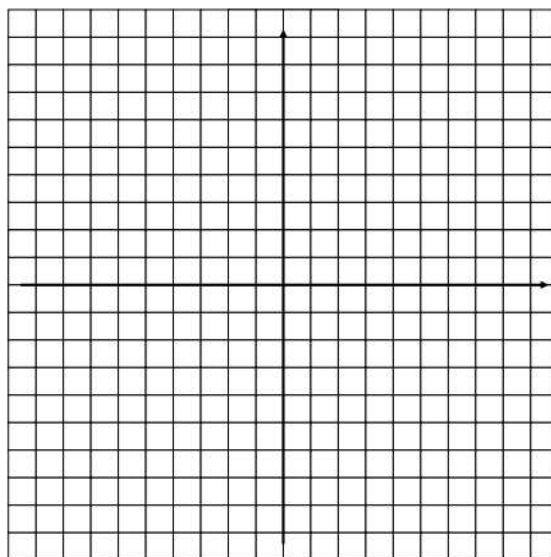
Программы и подпрограммы Отрезка оформляются как <Имя программы / подпрограммы> (Список параметров для запуска) {Команды}, например: Main (){}.

Изобразите, что нарисует Отрезок при запуске программы Main():

```

Linecycle(d, z, t)
{
cycle t (lines(d, z))
}
Main ()
{
i=1
cycle 4 (
Linecycle(i, 30, 12)
i=i+1
)
}

```



6

# Вариант 1

$$N1 \quad 2xy + 3y^2 = 3 \quad x, y \in \mathbb{Z}$$

$$y(2x + y) = 3$$

$$\begin{cases} y = 3 \\ 2x + y = 1 \\ 2x + y = 3 \\ y = 1 \\ 2x + y = -3 \\ y = -1 \\ 2x + y = -1 \\ y = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 \\ x = -1 \\ y = 1 \\ x = 1 \\ y = -1 \\ y = -1 \\ y = -3 \\ x = 1 \end{cases}$$

Ответ:  $(-1, 3); (-1, -1); (1, -3); (1, 1)$

N2 у нас есть числа вида  $\overline{33x}$ ,  $\overline{3x3}$ ,  $\overline{x33}$ , где

•  $x \neq 3$ , иначе число разделилось на 3, что противоречит усл.

• всего вариантов чисел: 29

~~$\rightarrow \overline{33x} \quad x \in [0, 9] \sim$  всего 10 цифр~~

~~$\overline{3x3} \quad x \in [0, 9] \sim$  всего 10 цифр~~

~~$x33 \quad x \in [1, 9] \sim$  всего 9 цифр~~

• вариантов, удовлетворяющих условию: 18

$\rightarrow \overline{33x} \quad x \in [0, 9] \setminus \{0, 3, 6, 9\} \sim$  всего 6 цифр

$\overline{3x3} \quad x \in [0, 9] \setminus \{0, 3, 6, 9\} \sim$  всего 6 цифр

$\overline{x33} \quad x \in [1, 9] \setminus \{3, 6, 9\} \sim$  всего 6 цифр

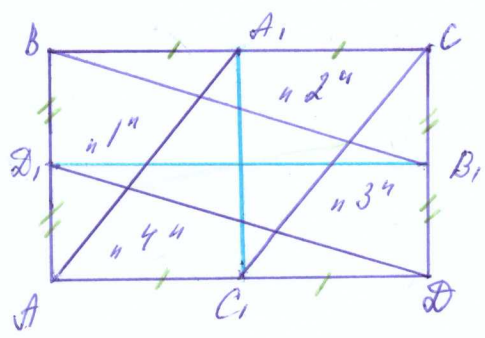
• всего вариантов чисел: 900

$\rightarrow$  диапазон чисел  $[100; 999]$

$\frac{18}{900} = 0,02$  (вероятность есть отношение воз. уо. усл. ко всем воз.)

Ответ: 0,02





Дано: ABCD - прямоугольник

$$[AA_1] \cup [BC] = A_1, \quad BA_1 = A_1C_1$$

$$[BB_1] \cup [CD] = B_1, \quad B_1C = B_1D_1$$

$$[CC_1] \cup [AD] = C_1, \quad AC_1 = C_1D$$

$$[DD_1] \cup [AB] = D_1, \quad AD_1 = D_1B$$

$S_{\text{ит}} = 1, 2 \quad S_{ABCD} = 6$

$S_{x,y} = ?$

Решение:

1)  $S_{x,y} = S_{1,1} + S_{1,2} + S_{1,3} + S_{1,4}$

$BC = AD$   
 $AB = CD$  (по свойству прямоугольника)  
 прот. л. сторонам }  $\Rightarrow$

$\Rightarrow BA_1 = A_1C_1 = C_1D$   
 $AD_1 = D_1B = CB_1 = B_1D$

2) Построим  $A_1C_1$

Рассмотрим  $\triangle ABA_1C_1$  (аналогично  $\triangle DC_1A_1C_1$ )

$BA_1 \parallel AC_1$  (по опр. прямоугольника)

$BA_1 = AC_1$

$A_1B \perp AB$  (по опр. прямоугольника)

$AC_1 \perp AB$

}  $\Rightarrow \triangle ABA_1C_1$  - прямоугольник  
 (по признаку параллелограмма и опр. прямоугольника)

$\frac{S_{\triangle ABA_1C_1}}{S_{ABCD}} = \frac{AB \cdot BA_1}{AB \cdot BC} = \frac{1}{2}$  ( $A_1$  - середина  $[BC]$ )  $\Rightarrow$

$S_{\triangle ABA_1C_1} = S_{\triangle DC_1A_1C_1} = \frac{1}{2} S_{ABCD}$

Рассмотрим  $\triangle ABA_1$  и  $\triangle A_1C_1A$  (аналогично  $\triangle C_1A_1C$  и  $\triangle C_1DC_1$ )

$AB = A_1C_1$  (св. прот. л. ст. прямоугольника)

$BA_1 = AC_1$

$A_1$  - общ.

}  $\Rightarrow \triangle ABA_1 = \triangle A_1C_1A$   
 (по трём сторонам)

Рассмотрим  $\triangle A_1A_1C_1$  и  $\triangle C_1C_1A_1$ :

$A_1C_1$  - общ.

$AC_1 = A_1C_1$

}  $\Rightarrow \triangle A_1A_1C_1 = \triangle C_1C_1A_1$  (по двум катетам)  $\Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle ABA_1 = \triangle A_1C_1A = \triangle C_1A_1C = \triangle C_1DC_1 \Rightarrow$

ABCD разбивается на 4 равных треугольника;  
 мозаика фигур равна  $\Rightarrow S_{\triangle ABA_1} = S_{\triangle A_1C_1A} = S_{\triangle C_1A_1C} = S_{\triangle C_1DC_1} = \frac{S_{ABCD}}{4} = 1,5$

рассмотрим  $AA_1CC_1$ .

$$S_{AA_1CC_1} = S_n 2^n + S_n 4^n + S_{m,n} = S_{AA_1C_1} + S_{CC_1A} = 3 \Rightarrow$$

$$S_n 2^n + S_n 4^n = 3 - S_{m,n} = 3 - 1,2 = 1,8$$

3) Построим  $B, D_1$

Поскольку  $ABCD$  - прямоугольник, делаем все относительно пункту 2.

$$S_{n_1} 4^n + S_n 3^n = 1,8$$

$$4) S_{2,y} = S_n 2^n + S_n 4^n + S_{n_1} 4^n + S_n 3^n = 1,8 + 1,8 = 3,6$$

Ответ: 3,6

#### №4 МИМИКРИЯ

2б. - "м"

3б. - "и"

1б. - "к"

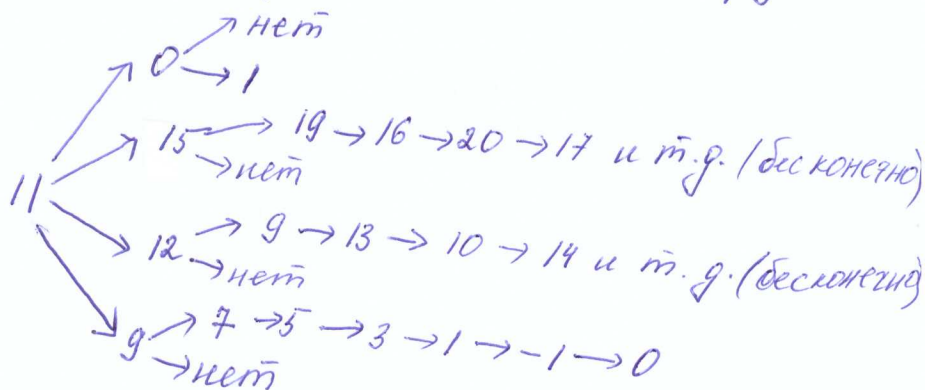
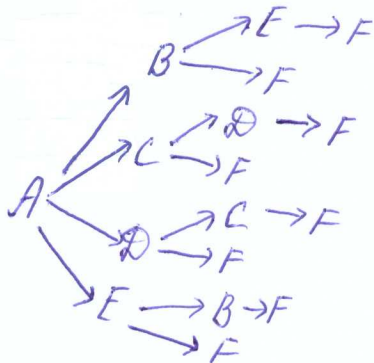
1б. - "р"

1б. - "я"

}  $\Rightarrow$  всего использовано 5 букв, то есть 5 символов

Ответ: 5

№5 Для пароля рассмотрим существующие маршруты; а далее рассмотрим счёт



Условия

- нужно попасть в город F
- счёт должен быть максимальной

$\hookrightarrow$  Если мы поедем через города C или D, то никогда не попадем в город F, так счёт всегда будет больше путевого, к тому же, он увеличится.

$\hookrightarrow$  Если выберем город B, а затем сразу поедем в F, то это будет самый большой счёт в итоге ( $11 > 0$ )

Отвѣтъ:  $A \rightarrow B \rightarrow F$ ; цвет: 1

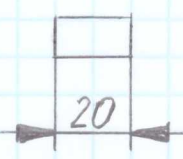
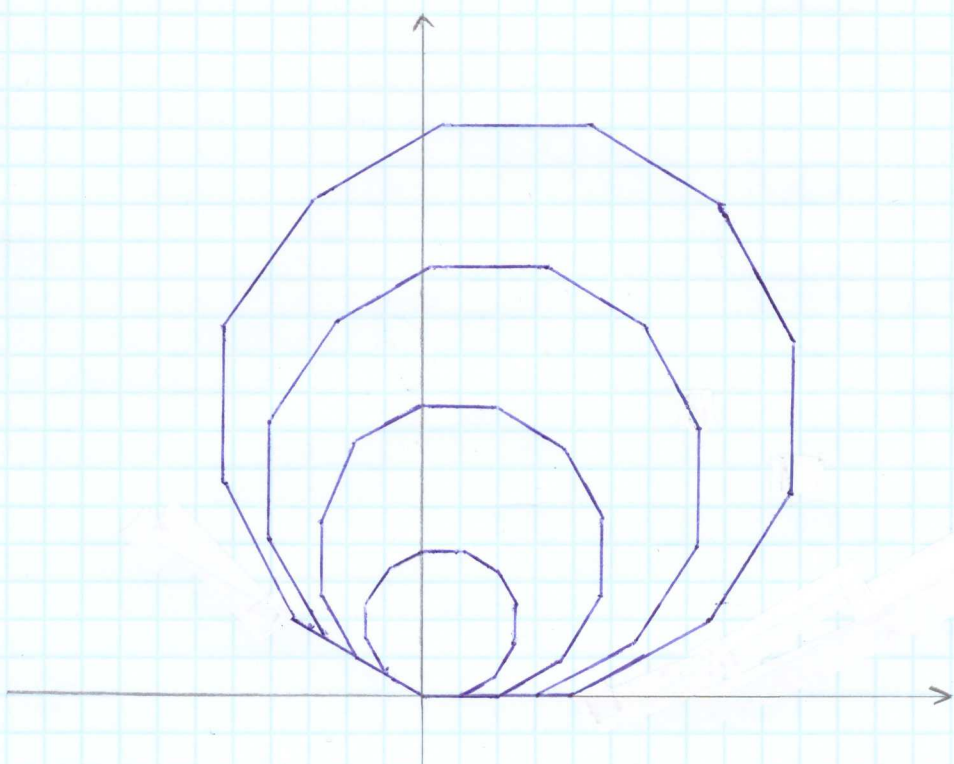
№6 Linecycle(d, z, t) // подпрограмма linecycle, параметры d, z, t  
{  
cycle t(lines(d, z)) // построить отрезок длиной d и повернуть  
работ на z градусов t раз  
}

Main() // программа Main

{  
i=1 // присваиваем переменной i значение "1"  
cycle 4( // повторим в цикле 4 раза  
Linecycle(i, 30, 12) // передаем и запускаем подпрограмму  
i=i+1 // увеличиваем i на 1.  
)  
}

↳ Должно получиться четыре ровных 12-ти-угольни-  
ка, со сторонами 1, 2, 3, 4.





8 mm