



Олимпиада «МИСиС зажигает звезды»

Техническое направление

Отборочный этап 2021 г.

Вариант 1

11 класс

№	Задание	Ответы	Баллы
1	Сколько решений в натуральных числах имеет уравнение $x^3 + y^3 + 81xy = 27^3$?		15
2	Сколько решений имеет уравнение $ \sin(x) = \frac{2x}{2021\pi}$?		20
3	. Найдите все простые натуральные числа u и v , для которых уравнение $x^2 + ux + v = 100$ имеет два целых корня.		25
4	При изобарном нагревании одноатомного идеального газа ему сообщено 10 кДж. Найти изменение внутренней энергии газа. Ответ дать в кДж.		15
5	На гладком горизонтальном столе покоятся два кубика массами $M = 16$ г и $2M$. В центр левого кубика попадает пуля массой $m = 4$ г, летящая горизонтально со скоростью $V_0 = 20$ м/с, направленной вдоль линии, соединяющей центры кубиков. Пробив насквозь кубик массой M , пуля летит дальше со скоростью $V_0/2$, попадает в кубик $2M$ и застревает в нем. Через какое время t после попадания пули в кубик $2M$ кубики столкнутся, если к моменту попадания пули в кубик $2M$ расстояние между брусками было $L = 50$ см? Размерами кубиков пренебречь. Ответ дать в мс.		25



Олимпиада «МИСиС зажигает звезды»

Техническое направление

Отборочный этап 2021 г.

Вариант 1

11 класс

№	Задание	Ответы	Баллы
1	Преобразуем уравнение к виду: $(x + y)^3 - 27^3 = 3xy(x + y - 27)$. Очевидно, что решением уравнения может являться любая пара натуральных чисел, сумма которых равна 27. Таких пар 26.	26	15
2	Решим задачу графически. Нужно найти число пересечений графика функции $y = \sin(x)$ с отрезком, проходящим через начало координат и точку $(\frac{2021\pi}{2}; 1)$. Очевидно, что отрезок пересекает график функции в начале координат, и еще по одному разу каждую «полудугу» графика. Всего получается 2022 пересечения.	2022	20
3	Сумма и произведение корней не могут быть одновременно четными, поэтому одно из чисел u или v должно быть равно 2. а) Пусть $v=2$, а u нечетно. Тогда $x^2 + ux = 98$; $x(x + u) = 98 = 7 \cdot 14 = 2 \cdot 49 = 1 \cdot 98$. $\rightarrow u = \{7; 47; 97\}$. б) Пусть $u=2$, v нечетно. Тогда $(x + 1)^2 = 101 - v$. Левая часть может принимать значения 64; 36; 16; 4. В вариантах 36 и 16 v делится на 5, что противоречит условию. Тогда $v = \{37; 97\}$	(2; 37), (2;97), (7; 2), (47; 2), (97; 2).	25
4	При изобарном процессе сообщаемое идеальному одноатомному газу тепло: $\Delta Q = \Delta U + A, \text{ где}$ изменение внутренней энергии $\Delta U = \frac{3}{2} \nu R \Delta T$ Поэтому $\frac{\Delta U}{\Delta Q} = \frac{3}{5}$ или $\Delta U = \frac{3}{5} \Delta Q = 6 \text{ кДж}$	6	15
5	По закону сохранения импульса $mV_0 = MV_1 + \frac{mV_0}{2}$	360	25

	$V_1 = \frac{mV_0}{2M}$ $m\frac{V_0}{2} = (m + 2M)V_2 \quad V_2 = \frac{mV_0}{2(m + 2M)}$ $L = (V_1 - V_2)t;$ $t = \frac{L}{V_1 - V_2} = \frac{L}{\frac{mV_0}{2M} - \frac{mV_0}{2(m+2M)}} = \frac{L}{\frac{mV_0}{2} \left(\frac{1}{M} - \frac{1}{m+2M} \right)} =$ $= \frac{2LM(m + 2M)}{mV_0(M + m)} = 360$		
--	---	--	--