Шифр 10-1

Олимпиада «МИСиС зажигает звезды»

Информационно - технологическое направление

Отборочный этап 2021 г.

Вариант 1

10 класс

№	Задание	Ответы	Баллы
1	Можно ли сократить дробь $\dfrac{x^4+3x^3+x^2-2}{x^3-1}$? В случае (обоснованного) положительного ответа найдите общий множитель.		10
2	Решите систему уравнений: $\begin{cases} 2\cdot\lvert x+2\rvert-5\cdot\lvert y+10\rvert=20 \\ \dfrac{y+2}{x-28}=\dfrac{4}{15} \end{cases}$.		15
3	Дан прямоугольный треугольник ABC, его гипотенуза $BC=2$ и $tg\angle ABC=2$. Найдите наибольшую площадь, которую может иметь прямоугольник, вписанный в этот треугольник так, что одна из его сторон лежит на гипотенузе BC.		25
4	Робот-исследователь движется согласно заданной программе и, если на его пути встречается объект исследования, отправляет информацию о обнаруженном объекте в формате: • 2 бита - тип объекта, • 3 бита - координата по x, • 3 бита - координата по y. Отчет робота оператор принимает преобразованным в шестнадцатеричную систему счисления. По окончании выполнения программы робот останавливается. Определите, какой отчет получит оператор, если роботу задана следующая программа: {k=90 s=7 Пока s>0 { Пройти s шагов Повернуть на k градусов по часовой стрелке Пройти 1 шаг Повернуть на k градусов по часовой стрелке s=s-1 k=-k }} Карта, объекты, типы объектов и их кодирование, первоначальное положение и направление робота, указаны на рисунке.		15

Шифр 10-1

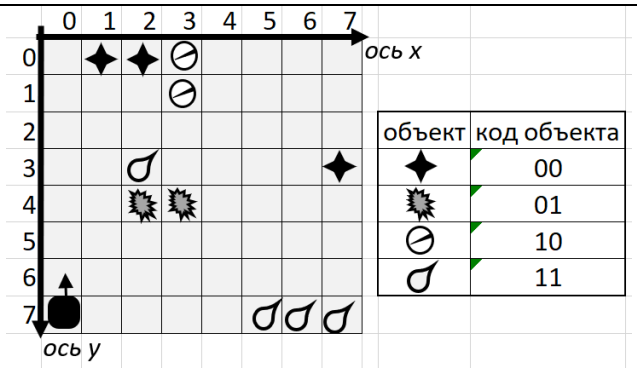
Олимпиада «МИСиС зажигает звезды»

Информационно - технологическое направление

Отборочный этап 2021 г.

Вариант 1

10 класс

	 В решении укажите траекторию движения робота.		
5	При использовании кода постоянной длины каждый символ кодируется одинаковым количеством разрядов. При использовании кода переменной длины для кодируемых символов выделяется кодовая комбинация различной длины. Условие Фано, обеспечивающее возможность однозначной расшифровки закодированных сообщений, гласит, что «Никакое кодовое слово не может быть началом другого кодового слова». Например, если один символ кодируется «0», то другой символ не может быть закодирован последовательностью, начинающейся с «0». Среди предложенных ниже слов определите, какие из них надо кодировать только кодом постоянной длины, а какие – только кодом переменной длины, для обеспечения минимального возможного объема, считая, что схема кодирования для каждого слова разрабатывается индивидуально. МАМА, ДНО, КЛИМАТ, МОРЕ, КРОТ, КРЕМЕНЬ, РЕМЕНЬ, ВАННА В качестве решения дайте объяснение ответа.		15
6	Если известно, что программа 1 program 1: Arc (3, 0, 1) Arc (2, 45, 4) Arc (1, 180, 2) program 2: a = 2 For i = 1 To 8 Arc (, ,) a = -a Next i выводит изображение слева (единица измерения соответствует одной клетке), то впишите недостающие фрагменты кода в третьей строке программы 2, чтобы получить изображение справа.		20

Шифр 10-1

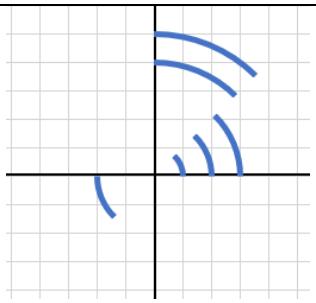
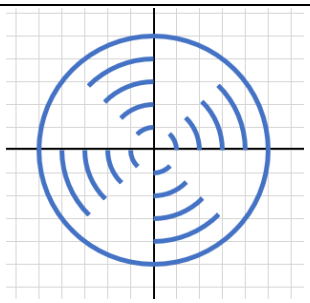
Олимпиада «МИСиС зажигает звезды»

Информационно - технологическое направление

Отборочный этап 2021 г.

Вариант 1

10 класс

	  Примечание: Оператор For – оператор цикла, который повторяет команды, записанные между For и Next; при первом входе в цикл переменная i принимает значение, указанное после символа «=» до To, при последующих входа значение переменной i увеличивается на 1; последний вход в цикл – при значении i, указанным после To.		

Олимпиада «МИСиС зажигает звезды»

Направление: информационно-технологическое

Отборочный тур 2021 г.

10 класс

1 вариант

Задача 1 (10 баллов)

Условие: Можно ли сократить дробь $\dfrac{x^4+3x^3+x^2-2}{x^3-1}$? В случае (обоснованного) положительного ответа найдите общий множитель.

Решение: Раскладываем на множители знаменатель: $x^3-1=(x-1)(x^2+x+1)$. Убеждаемся, что 1 не является корнем числителя, следовательно, числитель не делится на $(x-1)$. Поделим числитель на (x^2+x+1), получим, что числитель без остатка делится на (x^2+x+1), т.е. $x^4+3x^3+x^2-2=(x^2+x+1)(x^2+2x-2)$. Таким образом, данную дробь можно сократить и общий делитель (x^2+x+1).

Ответ: Да , x^2+x+1

Критерии оценивания:

0 – ответ совершенно неверный

5 – правильно указан общий делитель, но нет аргументации

10 – правильное рассуждение и правильный ответ

Задача 2 (15 баллов)

Условие: Решите систему уравнений: $\begin{cases} 2\cdot|x+2|-5\cdot|y+10|=20 \\ \dfrac{y+2}{x-28}=\dfrac{4}{15} \end{cases}$.

Решение: Находим ОДЗ: $x \neq 28, y \neq -2$. Из второго уравнения находим: $x = (15y + 142)/4$ и подставляем в первое уравнение: $2\left|\frac{15y}{4} + \frac{75}{2}\right| - 5|y+10| = 20 \Rightarrow \frac{15}{2}|y+10| - 5|y+10| = 20$ или

$|y+10| = 8 \Rightarrow y = -18$ **(** $y = -2 \notin$ ОДЗ**).** Из второго уравнения находим $x = -32$.

Ответ: $(-32; -18)$

Критерии оценивания:

0 – ответ совершенно неверный

5 – при решении не учел ОДЗ

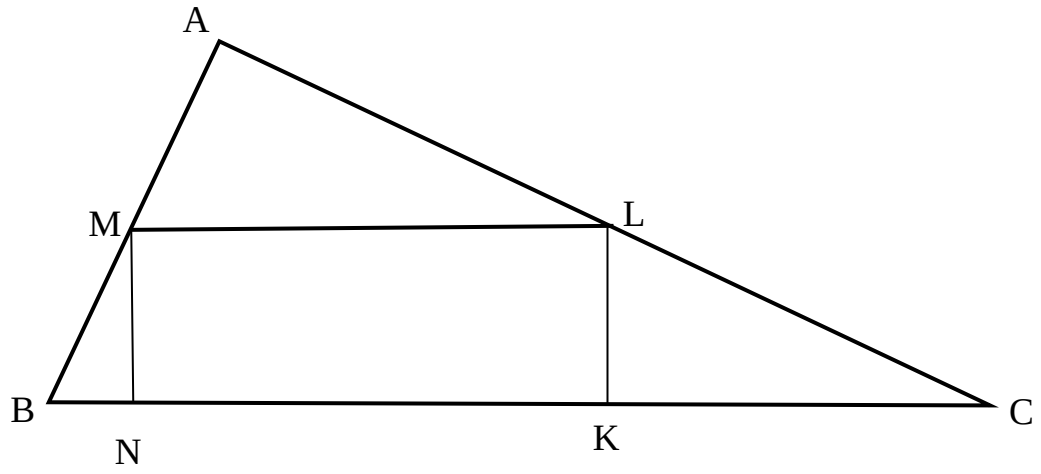
10 – при решении учел ОДЗ, но ошибка в вычислениях

15 правильное рассуждение и правильный ответ

Задача 3 (25 баллов)

Условие: Дан прямоугольный треугольник ABC, его гипотенуза $BC = 2$ и $tg\angle ABC = 2$. Найдите наибольшую площадь, которую может иметь прямоугольник, вписанный в этот треугольник так, что одна из его сторон лежит на гипотенузе BC.

Решение: Рассмотрим прямоугольник $NMLK$ (см. Рис.), вписанный в этот треугольник так, что одна из его сторон лежит на гипотенузе BC.



Положим $NM = x$,тогда $BM = MN / \sin\angle ABC$, $BA = BC\cos\angle ABC$ и $ML = (BA - BM)/\cos\angle ABC = (BC\cos\angle ABC - MN/\sin\angle ABC)/\cos\angle ABC.$ Таким образом, площадь прямоугольника

$S_{NMLK} = NM \cdot ML = x(2\cos\angle ABC - x/\sin\angle ABC)/\cos\angle ABC = S(x).$

Поскольку по условию $tg\angle ABC = 2$, то $\sin\angle ABC = \frac{2}{\sqrt{5}}, \cos\angle ABC = \frac{1}{\sqrt{5}}$ и функция $S(x) = x(2 - 5x/2)$. Этот квадратный трехчлен достигает максимума в середине отрезка $[0; 4/5]$, т.е. при $x = \frac{2}{5}$. Следовательно, наибольшую площадь, которую может иметь прямоугольник $NMLK$, вписанный в данный треугольник, равна $S(2/5) = 2/5.$

Ответ: $2/5$

Критерии оценивания:

0 – ответ совершенно неверный

5 – ответ верный, но отсутствует аргументация

15 – верные рассуждения, но ошибка в вычислениях

25 – правильное рассуждение и правильный ответ

Задача 4 (15 баллов)

Условие: Робот-исследователь движется согласно заданной программе и, если на его пути встречается объект исследования, отправляет информацию о обнаруженном объекте в формате:

- 2 бита - тип объекта,
- 3 бита - координата по x,
- 3 бита - координата по y.

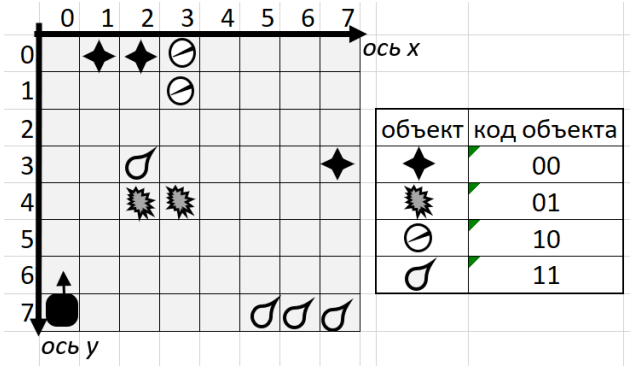
Отчет робота оператор принимает преобразованным в шестнадцатеричную систему счисления.

По окончании выполнения программы робот останавливается.

Определите, какой отчет получит оператор, если роботу задана следующая программа:

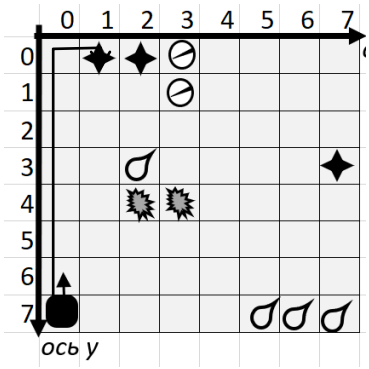
```
{k=90
s=7
Пока s>0
{
Пройти s шагов
Повернуть на k градусов по часовой стрелке
Пройти 1 шаг
Повернуть на k градусов по часовой стрелке
s=s-1
k=-k
}}
```

Карта, объекты, типы объектов и их кодирование, первоначальное положение и направление робота, указаны на рисунке.

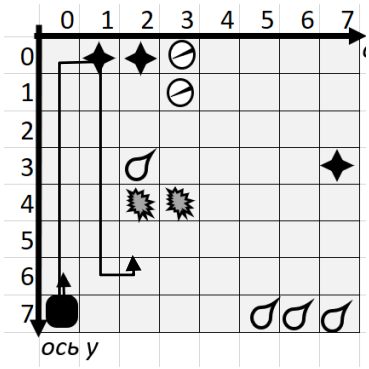


В решении укажите траекторию движения робота.

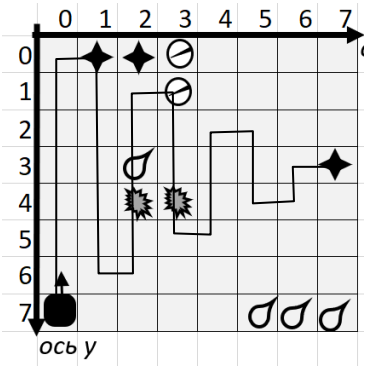
Решение: Определим траекторию движения робота согласно инструкциям: переменной k присваивается значение 90, переменной s присваивается значение 7; s>0, следовательно выполняются команды цикла. Идти вперед 7 клеток, повернуть на 90 градусов по часовой стрелке (направо), пройти 1 шаг, повернуть на 90 градусов по часовой стрелке (направо), s=s-1 (s=6), k=-k (k=-90):



Направление камеры – «вниз» (развернут на 180 относительно исходного). Переменная s по-прежнему больше нуля, цикл продолжает выполняться: идти вперед 6 клеток, повернуть на -90 градусов по часовой стрелке (налево), пройти 1 шаг, повернуть на -90 градусов по часовой стрелке (налево), s=s-1 (s=5), k=-k (k=90):



Так как s>0, цикл повторяется, аналогичные рассуждения дают следующую траекторию движения робота:



Значение x=0. Цикл завершается. Робот останавливается.

По пути следования он обнаруживает следующие объекты:

- ✦ код 00, координата по оси X 1 (001 в двоичной системе), координата по оси Y 0 (000 в двоичной системе). Информация о данном объекте кодируется комбинацией 00001000 в двоичной системе счисления, что соответствует комбинации 08 в шестнадцатеричной системе счисления.
- ✸ код 01, координата по оси X 2 (010 в двоичной системе), координата по оси Y 4 (100 в двоичной системе). Информация о данном объекте кодируется комбинацией 01010100 в двоичной системе счисления, что соответствует комбинации 54 в шестнадцатеричной системе счисления.
- ☭ код 11, координата по оси X 2 (010 в двоичной системе), координата по оси Y 3 (011 в двоичной системе). Информация о данном объекте кодируется комбинацией 11010011 в двоичной системе счисления, что соответствует комбинации D3 в шестнадцатеричной системе счисления.
- ⊘ код 10, координата по оси X 3 (011 в двоичной системе), координата по оси Y 1 (001 в двоичной системе). Информация о данном объекте кодируется комбинацией 10011001 в двоичной системе счисления, что соответствует комбинации 99 в шестнадцатеричной системе счисления.

- 💥 код 01, координата по оси X 3 (011 в двоичной системе), координата по оси Y 4 (100 в двоичной системе). Информация о данном объекте кодируется комбинацией 01011100 в двоичной системе счисления, что соответствует комбинации 5C в шестнадцатеричной системе счисления.
- ✦ код 00, координата по оси X 7 (111 в двоичной системе), координата по оси Y 3 (011 в двоичной системе). Информация о данном объекте кодируется комбинацией 00111011 в двоичной системе счисления, что соответствует комбинации 3B в шестнадцатеричной системе счисления.

Ответ: 0854D3995C3B

Критерии оценивания:

0 – ответ совершенно неверный.

5 – правильно определена траектория движения робота, но не описаны объекты.

10 - правильно определена траектория движения робота, демонстрировано правильное понимание кодирования объектов, но имеет место арифметическая ошибка.

15 – правильное решение и правильный ответ.

Задача 5 (15 баллов)

Условие: При использовании кода постоянной длины каждый символ кодируется одинаковым количеством разрядов. При использовании кода переменной длины для кодируемых символов выделяется кодовая комбинация различной длины. Условие Фано, обеспечивающее возможность однозначной расшифровки закодированных сообщений, гласит, что «Никакое кодовое слово не может быть началом другого кодового слова». Например, если один символ кодируется «0», то другой символ не может быть закодирован последовательностью, начинающейся с «0».

Среди предложенных ниже слов определите, какие из них надо кодировать только кодом постоянной длины, а какие – только кодом переменной длины, для обеспечения минимального возможного объема, считая, что схема кодирования для каждого слова разрабатывается индивидуально.

МАМА, ДНО, КЛИМАТ, МОРЕ, КРОТ, КРЕМЕНЬ, РЕМЕНЬ, ВАННА

В качестве решения дайте объяснение ответа.

Решение: Проанализируем, какой код предпочтительнее в зависимости от количества используемых символов в слове и количества их повторений. Результаты анализа внесем в таблицу

Слово «МАМА» состоит из 2х различных символов, общая длина – 4 символа («М» и «А»). Для его кодирования код постоянной длины может использовать 1 разряд (например, «М» кодируется «0», «А» кодируется «1»). Код переменной длины для данного слова может использовать аналогичную схему кодирования, совпадая с кодом постоянной длины. Размер кодированного слова в данном случае совпадает 4*1=4. Для данного слова нет предпочтения способа кодирования. Поэтому оно не вносится в ответ.

Слово «ДНО» состоит из 3х различных символов, общая длина – 3 символа («Д», «Н» и «0»). Для его кодирования код постоянной длины будет использовать 2 разряда (например, «Д» кодируется «00», «Н» кодируется «01», «О» кодируется «10»). Количество символов для кодирования всего слова равно 2*3=6. Код переменной длины для данного слова может использовать следующую схему кодирования: например, «Д» кодируется «0», «Н» кодируется «10», «О» кодируется «11». Количество символов для кодирования всего слова равно 1+2+2=5. Предпочтительнее код переменной длины.

Олимпиада «МИСиС зажигает звезды»

Направление: информационно-технологическое

Отборочный тур 2021 г.

Слово «КЛИМАТ» состоит из 6х различных символов, общая длина – 6 символа. Для его кодирования код постоянной длины будет использовать 3 разряда (пример детализации в таблице ниже). Количество символов для кодирования всего слова равно 3*6=18. Пример схемы кода переменной длины для данного слова может использовать различные схемы кодирования, приведенные в таблице. Одна из них дает результат хуже, чем применение постоянной длины – 20. Другая (вариант 2) -лучший – 17. Предпочтительнее код переменной длины.

Аналогичные расчета можно провести для всех остальных слов. Результаты приведены в таблице.

При изучении таблицы стоит обратить внимание на особенности кодирования слов с повторяемыми символами (ВАННА, РЕМЕНЬ, КРЕМЕНЬ). Рассмотрим слово «ВАННА». 5 символов: «В» - 1 раз, «А» - два раза, «Н» - 2 раза. При назначения кодовых последовательностей символам надо учитывать, что для обеспечения минимального объема часто используемые символы надо колировать короткими последовательностями. Например, «А» - «0», «Н» - «10» (или наоборот), «В» - «11».

Слово	Длина слова в символах	Количество разных символов	Кодовые последова-тельности при использовании кода постоянной длины (пример)	Размер при использовании кода постоянной длины	Кодовые последова-тельности при использовании кода переменной длины (пример)	Размер при использовании кода переменной длины
МАМА	4	2	0 1	4	0 1	4
ДНО	3	3	00 01 10	6	0 10 11	5

КЛИМАТ	6	6	000 001 010 011 100 101	3*6=18	Вариант1: 0 10 110 1110 11110 11111 Вариант2: 00 01 10 110 1110 1111	20 17
МОРЕ	4	4	00 01 10 11	2*4=8	Вариант1: 0 10 110 111 Вариант2 вырождается в код постоянной длины	1+2+3+3=9
КРОТ	4	4	Расчеты аналогичны слову «МОРЕ»			
КРЕМЕНЬ	7	6	000 001 010 011 100 101	3*7=21	Вариант1: 0 10 110 1110 11110 11111 Вариант2: 00 01 10 110 1110 1111	1+1+ 2+3+ 4+5+ 5=21 2+2+ 2+2+ 3+4 +4 =19
РЕМЕНЬ	6	5	000 001 010 011 100	3*6=18	Вариант1: 0 10 110 1110	15

					1111 Вариант2: 00 01 10 110 111	13
ВАННА	5	3	00 01 10	2*5=10	0 10 11	1+1+ 2+2+ 2=8

Постоянная длина: МОРЕ, КРОТ

Переменная длина: ДНО, КЛИМАТ, КРЕМЕНЬ, РЕМЕНЬ, ВАННА

Одинаково: МАМА

Ответ: Постоянная длина: МОРЕ, КРОТ.

Переменная длина: ДНО, КЛИМАТ, КРЕМЕНЬ, РЕМЕНЬ, ВАННА.

Критерии оценивания:

0 – ответ совершенно неверный

5 – продемонстрировано понимание темы, частично слова закодированы верно, имеют место ошибки, ответ неверный.

10 - продемонстрировано понимание темы, слова закодированы верно, не учтен второй вариант кодирования слов переменной длины, неверный ответ.

15 – правильное рассуждение и правильный ответ

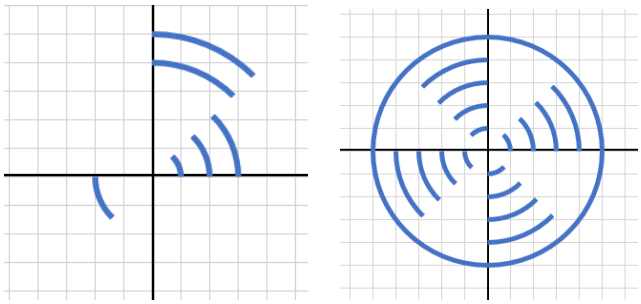
Задача 6 (20 баллов)

Условие: Если известно, что программа 1

программа 1	программа 2
Arc (3, 0, 1)	a = 2

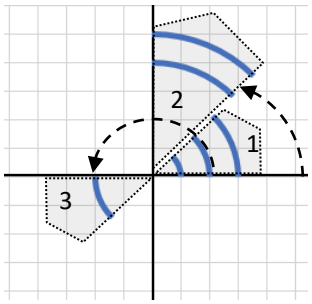
Arc (2, 45, 4) Arc (1, 180, 2)	For i = 1 To 8 Arc (, ,) a = -a Next i

выводит изображение слева (единица измерения соответствует одной клетке), то впишите недостающие фрагменты кода в третьей строке программы 2, чтобы получить изображение справа.



Примечание: Оператор For – оператор цикла, который повторяет команды, записанные между For и Next; при первом входе в цикл переменная i принимает значение, указанное после символа «=» до To, при последующих входа значение переменной i увеличивается на 1; последний вход в цикл – при значении i, указанным после To.

Решение: На основание программы 1 определим предназначении команды Arc() и ее параметры. В программе 1 есть только три команды, причем все три команды - Arc(). Результат работы команды печатает три разных изображения с частично сходными характеристиками:



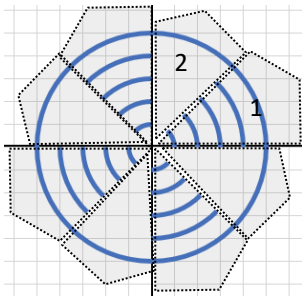
- Все изображения выполнены дугами **различного** радиуса и **различным количеством** дуг.

- Все дуги имеют одинаковый центр - начало координат.
- Все изображения имеют **различный** угол относительно оси X.

Выявив общие характеристики и отличия изображений, определим параметры команды Arc():

- У изображений 1,2 и 3 соответственно 3,2 и 1 дуга, что совпадает с первым параметром.
- Радиус первой дуги (минимальный у объектов 1,2 и 3 соответственно равен 1,4 и 2, что соответсвует значению третьего параметра
- Второй параметр команды соответствует углу относительно оси X: 0, 45 и 180 градусов.

Определим логику работы программы 2: переменная a устанавливается в значение 2. Далее в цикле 8 раз (i меняется от 1 до 8) выводится изображение с помощью команды Arc(), а значение переменной a меняется после каждого нарисованного изображения (-2, 2, -2…..).



Требуется задать такие значения параметров команды Arc(), чтобы получить 8 объектов, соответствующие заданной картинке. Очевидно, каждое из 8 изображений рисуется при каждом входе в цикл. У первого изображение 5 дуг, у второго -1, у третьего 5, и т.д. Чтобы обеспечить

подобную последовательность, в качестве первого параметра можно использовать 3+a (учитывая, что a меняет свое значение в цикле).

Радиус меньшей дуги в первого изображения равен 1, у второго 5, в третьего -1 , и т.д. По аналогии с первым параметром третий параметр определим как 3-a.

Второй параметр задает угол наклона: у первого изображения он равен 0, у второго 45, у третьего 90, и т.д. Подобные значения можно получить, если второй параметр задать как (i - 1) * 45.

Получаем Arc (a + 3, (i - 1) * 45, 3 - a).

В данной задаче можно получить иной ответ, если начинать отсчет с второго изображения (изображение, имеющее второй номер, считать первым нарисованным в цикле). В этом случае ответ будет Arc (3 - a, i * 45, 3 + a).

Ответ: Arc (3 - a, i * 45, 3 + a)

Или Arc (a + 3, (i - 1) * 45, 3 - a)

Критерии оценивания:

0 – ответ совершенно неверный.

5 – демонстрация понимания, как работает команда Arc(), ошибка в понимании логики программы, неверный ответ.

10 – демонстрация понимания логики работы программы, демонстрация понимания, как работает команда Arc(), описание ее параметров, некоторые параметры найдены верно, нет полного верного ответа.

20 – правильное рассуждение и верный ответ (один, любой из приведенных, или иной, дающий тот же результат).