

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИСиС»

Ю.А. Рахштадт

ФИЗИКА

МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ
ПО ПОДГОТОВКЕ К ОЛИМПИАДАМ
ШКОЛЬНИКОВ

9–11-й классы (в трех частях)

Часть III

ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ. ОПТИКА.

КВАНТОВАЯ ФИЗИКА. ФИЗИКА АТОМА И ЯДРА

Руководство к решению задач

Рекомендовано редакционно-издательским советом



Москва 2016

Рахштадт Ю.А.

P27 Физика : метод. пособие по подготовке к олимпиадам школьников : 9–11-й классы. Ч. III. Электромагнетизм. Оптика. Квантовая физика. Физика атома и ядра : Руководство к решению задач / Ю.А. Рахштадт. – М. : Изд. Дом МИСиС, 2016. – 50 с.

Цель данного пособия – помочь школьникам эффективно подготовиться к олимпиадам по физике.

Пособие содержит примеры олимпиадных заданий с разбором, анализ их выполнения учащимися, а также справочные материалы, охватывающие все представленные на олимпиаде разделы физики.

Пособие предназначено для школьников 6–11 классов и для учителей физики. Материалы пособия могут быть использованы для подготовки к различным олимпиадам по физике, а также на уроках физики.

УДК 53

СОДЕРЖАНИЕ

9. Электростатика	4
10. Постоянный ток	12
11. Магнитное поле	17
12. Электродинамика.....	24
13. Электромагнитные волны. Волновые явления	30
14. Геометрическая оптика	33
15. Квантовая физика. Физика атома.....	40
16. Физика ядра.....	46
Приложение	51

9. ЭЛЕКТРОСТАТИКА

Пример 9.1. Пять точечных зарядов расположены в вакууме так, как показано на рис. 9.1 (q_1, q_2, q_3, q_4 находятся в вершинах квадрата со стороной $a = 1$ м, а q_5 – в его середине). Определите величину силы, действующей на заряд q_5 , если $q_1 = q_2 = -1$ мкКл, $q_3 = q_4 = q_5 = +1$ мкКл.

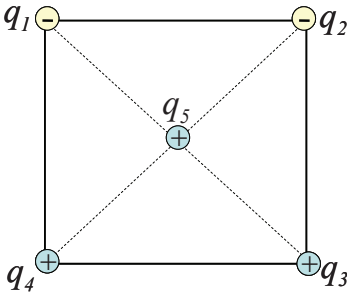


Рис. 9.1

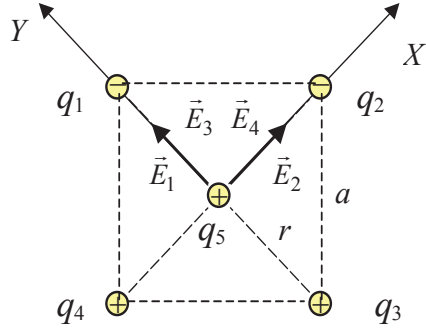


Рис. 9.2

Решение

Так как заряд q_5 находится в поле зарядов q_1, q_2, q_3, q_4 (рис. 9.1), то сила, действующая на заряд q_5 , равна

$$\vec{F} = q_5 \vec{E}, \quad (1)$$

где по принципу суперпозиции полей напряженность результирующего поля равна

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \vec{E}_4. \quad (2)$$

В этой формуле $\vec{E}_1, \vec{E}_2, \vec{E}_3, \vec{E}_4$ – напряженности полей, создаваемых точечными зарядами q_1, q_2, q_3, q_4 в той точке, где расположен заряд q_5 (рис. 9.2). Так как по модулю заряды одинаковы ($|q_1| = |q_2| = |q_3| = |q_4| = |q_5| = q$), то

$$\left. \begin{aligned} |\vec{E}_1| &= \frac{k|q_1|}{r^2} = \frac{kq}{r^2}, \\ |\vec{E}_2| &= \frac{k|q_2|}{r^2} = \frac{kq}{r^2}, \\ |\vec{E}_3| &= \frac{k|q_3|}{r^2} = \frac{kq}{r^2}, \\ |\vec{E}_4| &= \frac{k|q_4|}{r^2} = \frac{kq}{r^2}. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Так как векторы \vec{E}_2 и \vec{E}_4 направлены вдоль оси X , а \vec{E}_1 и \vec{E}_3 вдоль оси Y , то

$$E = \sqrt{(E_1 + E_3)^2 + (E_2 + E_4)^2} = 2 \frac{kq}{r^2} \sqrt{2}, \quad (4)$$

где r – это половина диагонали квадрата со стороной a :

$$r = \frac{1}{2} a \sqrt{2} = a \frac{\sqrt{2}}{2}. \quad (5)$$

Тогда

$$E = 2 \frac{kq \cdot 4}{2a^2} \sqrt{2} = \frac{4kq}{a^2} \sqrt{2}. \quad (6)$$

Подставим числовые значения и выполним вычисления:

$$F = \frac{4 \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot (10^{-6})^2}{1^2} \sqrt{2} = 0,0509 \text{ Н} = 50,9 \text{ мН}.$$

Пример 9.2. Два шарика с зарядами Q_1 и Q_2 находятся в вакууме на расстоянии r_1 друг от друга (рис. 9.3). Какую работу должны совершить внешние силы, чтобы развести заряды до расстояния r_2 ?

Решение

На рис. 9.3 показаны начальное и конечное положение заряда q_2 в поле, созданном зарядом q_1 . Представлены фрагменты эквипотенциальных поверхностей ϕ_{11} и ϕ_{12} поля первого заряда в точках, расположенных на расстояниях r_1 и r_1 от первого заряда.

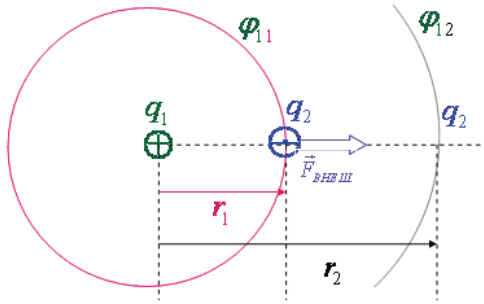


Рис. 9.3

Проведем расчет изменения потенциальной энергии системы двух зарядов:

$$A_{\text{внеш}} = -\Delta U = -q_2(\varphi_{12} - \varphi_{11}) = kq_2\left(\frac{q_1}{r_2} - \frac{q_1}{r_1}\right) = -kq_1q_2\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right) < 0. \quad (1)$$

Как и следовало ожидать, работа внешних сил по разделению в пространстве разноимённых зарядов привела к увеличению потенциальной энергии системы.

Пример 9.3. Маленький шарик массой $m = 6$ г, несущий заряд $q_1 = 300$ нКл, подвешен на лёгкой непроводящей нити. При приближении к нему заряда q_2 противоположного знака (см. рис. 9.4) нить отклонилась от вертикали, а её сила натяжения увеличилась в 2 раза. Найдите модуль заряда q_2 , если расстояние между шариками $r = 3$ см. Оба шарика находятся на одной горизонтали.

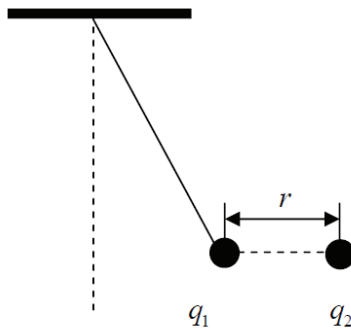


Рис. 9.4

Решение

На подвешенный на нити заряженный шарик действуют три силы (рис. 9.5): направленная вертикально вниз сила тяжести $m\vec{g}$, направленная горизонтально кулоновская сила $\vec{F}_{\text{кулон}}$ со стороны второго заряженного шарика, и направленная вдоль натянутой нити сила натяжения \vec{T}_2 .

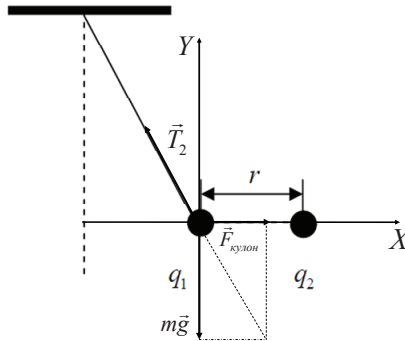


Рис. 9.5

Решение

Пусть нить составляет с вертикалью угол α .

Из условия равновесия шарика получаем

$$T_2 \cdot \cos \alpha = mg, \quad T_2 \cdot \sin \alpha = k \frac{q_1 \cdot |q_2|}{r^2}.$$

Начальная сила натяжения нити равна $T_1 = mg$. Тогда имеем $\cos \alpha = 0,5$. Теперь для модуля заряда q_2 находим

$$|q_2| = \frac{2mg \cdot \sin \alpha \cdot r^2}{kq_1} = \frac{2 \cdot 6 \cdot 10^{-3} \cdot 9,81 \cdot \sin 60^\circ \cdot 0,03^2}{9 \cdot 10^9 \cdot 300 \cdot 10^{-9}} \approx 34,0 \text{ нКл.}$$

Пример 11.3. Два одинаковых шарика подвешены на нерастяжимых нитях длиной ℓ к одной точке (рис. 9.6). Когда шарикам сообщили одинаковые заряды по $q = 2,0 \cdot 10^{-8}$ Кл они разошлись на расстояние $r = 16$ см. Определите силу натяжения T каждой нити и массу m каждого шарика. Ускорение свободного падения $g = 9,81 \text{ м/с}^2$.

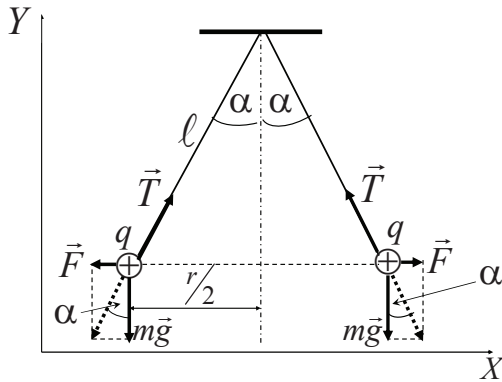


Рис. 9.6

$$\boxed{m\vec{g} + \vec{F} + \vec{T} = 0}$$

$$X: \quad \boxed{F - T \cdot \sin \alpha = 0;}$$

$$F = k \frac{q^2}{r^2}; \quad (1)$$

$$\sin \alpha = \frac{r}{2\ell} = \frac{F}{T} \quad (2)$$

$$T = \frac{2\ell}{r} \cdot F = \frac{2\ell}{r} \cdot k \frac{q^2}{r^2} \quad (3)$$

$$T = 3,52 \cdot 10^{-3} \text{ Н}$$

$$Y: \quad \boxed{T \cdot \cos \alpha - mg = 0;}$$

Из формул (3) и (4):

$$T = \frac{mg}{\cos \alpha} \quad (4)$$

$$m = k \frac{q^2}{gr^3} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{r}{2\ell}\right)^2} = 3,6 \cdot 10^{-4} \text{ кг}$$

Пример 9.5. Расстояние между пластинами плоского конденсатора равно $d = 1,33$ мм, площадь пластин равна $S = 20$ см². В пространстве между пластинами конденсатора находятся два слоя диэлектриков: слюды толщиной $d_c = 0,7$ мм и эбонита толщиной $d_3 = 0,3$ мм. Определите емкость конденсатора. Диэлектрическая проницаемость слюды равна $\epsilon_c = 7$, эбонита – $\epsilon_3 = 3$. Электрическая постоянная $k = 9 \cdot 10^9$ Н·м² / Кл².

Решение

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_c} + \frac{1}{C_3} + \frac{1}{C_B}; \quad (1)$$

$$C = \frac{\epsilon_0 S}{\left(\frac{d_c}{\epsilon_c} + \frac{d_3}{\epsilon_3} + \frac{d_B}{\epsilon_B} \right)} \quad (2)$$

Здесь толщина воздушной прослойки

$$d_B = d - (d_c + d_3)$$

$$C = 33,4 \text{ пФ}$$

Пример 9.6. Протон влетает в плоский конденсатор со скоростью $v_0 = 3,3 \cdot 10^6$ м/с под углом $\alpha = 75^\circ$ к пластинам вблизи одной из них (рис. 9.7). Напряженность поля конденсатора $E = 6,25 \cdot 10^5$ В/м считайте постоянной. На сколько максимально возможная длина пластин ℓ должна превышать расстояние d между ними, чтобы протон, коснувшись положительно заряженной пластины, вылетел из конденсатора вблизи отрицательно заряженной пластины?

Решение

Движение протона описывается уравнением второго закона Ньютона, где $\vec{F} = -q\vec{E}$, где q – заряд протона.

Силой тяжести пренебрегаем по сравнению с величиной электрической силы.

Поскольку $F_x = 0$ и $a_x = 0$, то движение протона вдоль оси X будет равномерным и прямолинейным:

$$x = v_{0x} t = (v_0 \cos \alpha) t. \quad (1)$$

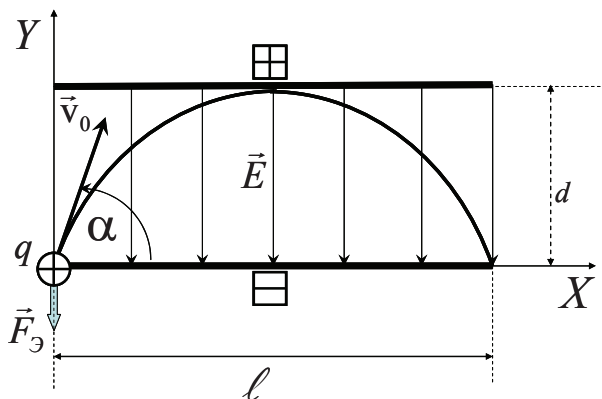


Рис. 9.7. Движение заряда в однородном электрическом поле плоского конденсатора

Поскольку $F_y = -qE$ и $a_y = -\frac{qE}{m}$, то движение протона вдоль оси Y будет равнопеременным. Проекция скорости на ось ординат равна

$$v_y = v_0 \sin \alpha - \frac{qE}{m} t, \quad (2)$$

а кинематическое уравнение движения вдоль оси Y есть

$$y = (v_0 \sin \alpha) t - \frac{qE}{2m} t^2. \quad (3)$$

Максимальная высота $y_{\max} = d$ достигается при $v_y = 0$, т.е. когда

$$t_d = \frac{mv_0 \sin \alpha}{qE}. \quad (4)$$

Тогда

$$y_{\max} = d = \frac{mv_0^2 \sin^2 \alpha}{2qE}. \quad (5)$$

Дальность полета протона достигается, когда вторично $y = 0$, т.е. когда

$$t_{\ell} = \frac{2mv_0 \sin \alpha}{qE}. \quad (6)$$

Таким образом,

$$x_{\max} = \frac{mv_0^2}{qE} \sin 2\alpha = \ell. \quad (7)$$

Следовательно, искомая разность $(\ell - d)$ равна

$$(\ell - d) = \frac{mv_0^2}{qE} \sin 2\alpha - \frac{mv_0^2 \sin^2 \alpha}{2qE} = \frac{mv_0^2}{qE} \left(\sin 2\alpha - \frac{\sin^2 \alpha}{2} \right). \quad (8)$$

Подставим числовые значения и выполним вычисления:

$$(\ell - d) = \frac{1,67 \cdot 10^{-27} \cdot (3,3 \cdot 10^6)^2}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 6,25 \cdot 10^5} \left(\sin 150^\circ - \frac{\sin^2 75^\circ}{2} \right) = 6,09 \cdot 10^{-3} \text{ м.}$$

10. ПОСТОЯННЫЙ ТОК

Пример 10.1. Элементы цепи, схема которой изображена на рис. 10.1, имеют следующие значения: $\varepsilon_1 = 1,50$ В, $\varepsilon_2 = 1,60$ В, $R_1 = 1,00$ кОм, $R_2 = 2,00$ кОм. Определите показания вольтметра, если его сопротивление $R_V = 2,00$ кОм. Сопротивлением источников напряжения и соединительных проводов следует пренебречь.

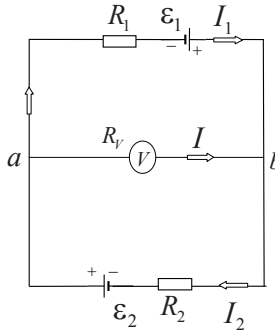


Рис. 10.1

Решение

Здесь требуется найти падение напряжения между точками a и b , которое измеряет вольтметр, подключенный к этим точкам. Если бы вольтметр обладал бесконечно большим сопротивлением и тока через него не было, то эта задача была бы решена с помощью закона Ома для участка неоднородной цепи. Однако в данном случае сопротивление R_V одного порядка с R_1 и R_2 , поэтому пренебречь током I в цепи вольтметра нельзя.

Таким образом, здесь имеется разветвленная цепь, по трем участкам которой текут, вообще говоря, разные токи: I , I_1 , I_2 . Задачу можно решить, используя правила Кирхгофа для разветвленных цепей.

Искомое падение напряжения по закону Ома равно

$$\varphi_a - \varphi_b = IR_V. \quad (1)$$

Чтобы определить величину тока I в цепи вольтметра, применим правила Кирхгофа. Обозначив на рис. 4.1 направления всех токов (для тока I делаем это лишь предположительно), согласно *первому* правилу Кирхгофа запишем для узла a :

$$I_2 - I_1 - I = 0. \quad (2)$$

Для составления остальных двух независимых уравнений воспользуемся *вторым* правилом Кирхгофа. Предварительно выбрав направление обхода замкнутых контуров, например по часовой стрелке, и учитывая правило знаков, получим соответственно для контуров aR_1ba и abR_2a :

$$I_1 R_1 - IR_V = \varepsilon_1, \quad (3)$$

$$I_2 R_2 + IR_V = \varepsilon_2. \quad (4)$$

Решив систему трех уравнений (2) – (4) с тремя неизвестными I_1, I_2, I относительно тока I , найдем

$$I = \frac{\varepsilon_2 R_1 - \varepsilon_1 R_2}{R_1 R_2 + (R_1 + R_2) R_V}. \quad (5)$$

Подставив это значение I в (1) и произведя вычисления, получим

$$\varphi_a - \varphi_b = \frac{(\varepsilon_2 R_1 - \varepsilon_1 R_2) R_V}{R_1 R_2 + (R_1 + R_2) R_V} = -0,35 \text{ В.}$$

Знак « \leftarrow » в ответе означает, что $\varphi_b > \varphi_a$, и в действительности ток в цепи вольтметра имеет направление, противоположное тому, что мы предположили, т.е. от точки b к точке a .

Пример 10.2. Вольтметр сопротивлением 10 Ом рассчитан на силу тока 30 мА. Какое добавочное сопротивление надо подключить последовательно с вольтметром (рис. 10.2), чтобы можно было включать вольтметр в сеть с напряжением до 150 В?

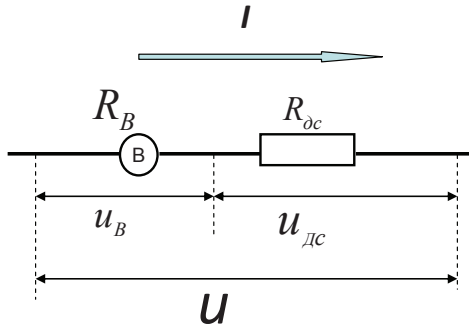


Рис. 10.2

Решение

$$u = u_B + u_{\text{дс}} \quad (1)$$

$$I_B = I_{\text{дс}} = I \quad (2)$$

$$\frac{u_B}{R_B} = \frac{u_{\text{дс}}}{R_{\text{дс}}} \quad (3)$$

$$R_{\text{дс}} = \frac{u - (I \cdot R_B)}{I} \quad (4)$$

$$R_{\text{дс}} = 4,99 \text{ кОм}$$

Пример 10.3. Резисторы сопротивлениями $R_1 = 1 \text{ Ом}$, $R_2 = 2 \text{ Ом}$, $R_3 = 3 \text{ Ом}$, $R_4 = 4 \text{ Ом}$ подключены к источнику тока в точках AC (рис. 10.3). Найдите общее сопротивление цепи при данном способе подключения.

Решение

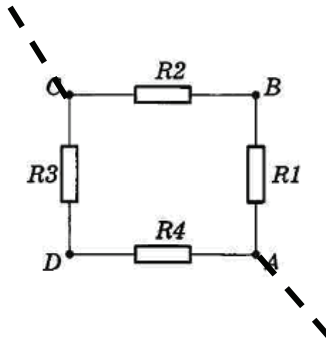


Рис. 10.3

Решение

$$R_{CDA} = R_3 + R_4; \quad (1)$$

$$R_{CBA} = R_1 + R_2; \quad (2)$$

$$\frac{1}{R_{AC}} = \frac{1}{R_{CBA}} + \frac{1}{R_{CDA}}; \quad (3)$$

$$R_{AC} = \frac{R_{CBA} \cdot R_{CDA}}{R_{CBA} + R_{CDA}} \quad (4)$$

$$R_{AC} = 2,1 \text{ Ом}$$

Пример 10.4. Две лампочки сопротивлениями 180 Ом и 360 Ом подключили параллельно к сети с напряжением 120 В (рис. 10.4). Какая мощность выделяется в каждой из лампочек? Какая будет выделяться мощность, если лампочки подключить последовательно (рис. 10.5)?

Решение

Параллельное соединение:

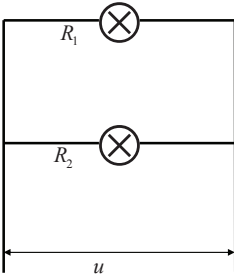


Рис. 10.4

$$P_1 = \frac{u^2}{R_1} = 80 \text{ Вт}$$

$$P_2 = \frac{u^2}{R_2} = 40 \text{ Вт}$$

Последовательное соединение:

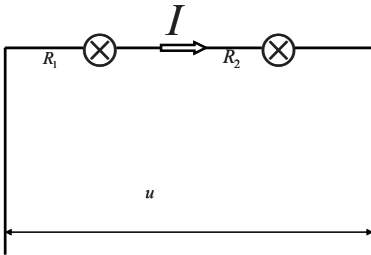


Рис. 10.5

$$I = \frac{u}{R_1 + R_2}$$

$$P_1 = I^2 \cdot R_1 = 8,9 \text{ Вт}$$

$$P_2 = I^2 \cdot R_2 = 17,8 \text{ Вт}$$

Пример 10.5. В цепи, состоящей из источника тока с ЭДС 6,0 В, внутренним сопротивлением 2,0 Ом и внешним сопротивлением, идет ток 1,0 А. Какой ток пойдет по цепи, если внешнее сопротивление увеличить в 2,0 раза?

Решение

Из закона Ома

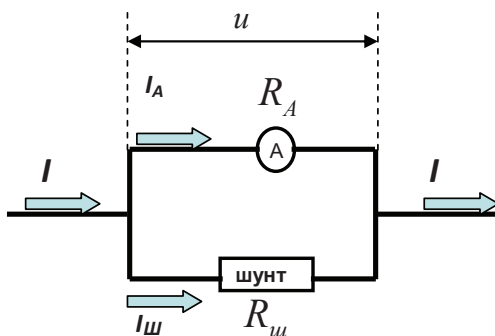
$$I_1 = \frac{\varepsilon}{R_1 + r}; \quad (1)$$

$$I_2 = \frac{\varepsilon}{R_2 + r}; R_2 = 2R_1; \quad (2)$$

$$R_1 = \left(\frac{\varepsilon}{I_1} - r \right) \quad (3)$$

Ответ: $I_2 = 0,6 A$

Пример 10.6. Имеется миллиамперметр с сопротивлением $R_A = 9,9 \text{ Ом}$, предназначенный для измерения токов не более $I_A = 10 \text{ мА}$. Каким должно быть сопротивление шунта $R_{ш}$ для того, чтобы этим прибором измерять токи до $I = 1 \text{ А}$?



Решение

$$I = I_{ш} + I_A \quad (1)$$

$$u_{ш} = u_A = u \quad (2)$$

$$I_{ш} \cdot R_{ш} = I_A \cdot R_A \quad (3)$$

$$R_{ш} = \frac{I_A R_A}{I - I_A} \quad (4)$$

$$R_{ш} = 0,1 \text{ Ом}$$

11. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ

Пример 11.1. Два прямолинейных длинных проводника расположены параллельно друг другу на расстоянии $d = 10$ см друг от друга (рис. 11.1). По проводникам текут токи $I_1 = 5$ А и $I_2 = 5$ А в противоположных направлениях. Найдите числовое значение и направление вектора индукции \vec{B} магнитного поля в точке, находящейся на расстоянии $r_1 = r_2 = 10$ см от каждого проводника.

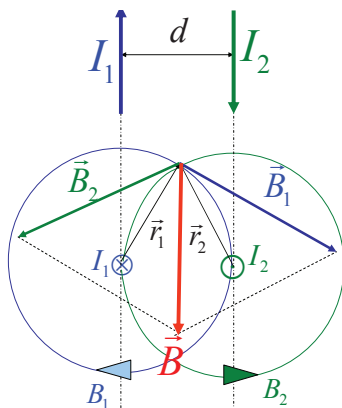


Рис. 11.1. Суперпозиция магнитных полей

Решение

Токи I_1 и I_2 , текущие в проводниках, создают магнитные поля, силовые линии которых (B_1 и B_2) представляют собой окружности, охватывающие токи (рис. 11.1). Направления закрученности силовых линий определяются правилом правого винта. Векторы магнитной индукции \vec{B}_1 и \vec{B}_2 являются касательными к соответствующим силовым линиям, и поэтому перпендикулярны к радиусам-векторам \vec{r}_1 и \vec{r}_2 . Модули векторов магнитной индукции B_1 и B_2 могут быть найдены как по закону Био – Савара – Лапласа, так и с помощью теоремы о циркуляции:

$$B_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_1}{r_1} \quad \text{и} \quad B_2 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_2}{r_2}. \quad (1)$$

Индукция результирующего магнитного поля определяется на основании принципа суперпозиции:

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2. \quad (2)$$

Поскольку $r_1 = r_2 = d$, а токи равны между собой ($I_1 = I_2 = I$), величина вектора \vec{B} равна

$$B = B_1 = B_2 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I}{d}. \quad (3)$$

Подставим числовые значения и выполним вычисления:

$$B = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{4\pi} \cdot \frac{2 \cdot 5}{0,1} = 10^{-5} \text{ Тл}.$$

Пример 11.2. Заряд q (электрон) влетает со скоростью \vec{v}_0 в однородное постоянное магнитное поле \vec{B} перпендикулярно линиям магнитной индукции (рис. 11.2). На движущийся в магнитном поле заряд действует магнитная составляющая силы Лоренца:

$$\vec{F}_m = q[\vec{v}_0, \vec{B}].$$

Здесь q - модуль заряда электрона.

Так как $\vec{F}_m \perp \vec{v}_0$, то мощность $N = (\vec{F}_m, \vec{v}_0) = 0$, т.е. магнитная сила не совершает работу и $|\vec{v}_0| = \text{const}$, а $\vec{v}_0 \neq \text{const}$.

Поэтому $\vec{a}_\tau = 0$ и полное ускорение $a \equiv a_n$. В соответствии со вторым законом Ньютона

$$\left. \begin{aligned} q[\vec{v}_0, \vec{B}] &= m\vec{a}_n, \\ qv_0B &= m\frac{v_0^2}{R}. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

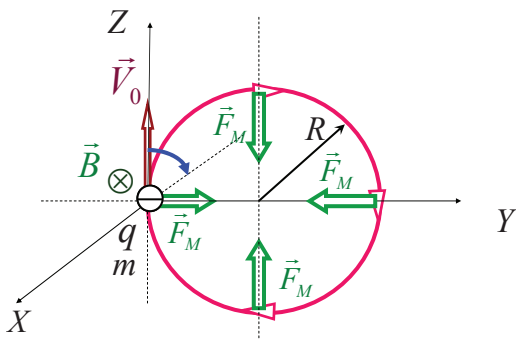


Рис. 11.2. Траектория движения электрона в однородном магнитном поле

Радиус окружности (орбиты), по которой движется электрон, равен

$$R = \frac{mv_0}{qB} \quad (2)$$

Период движения по орбите равен

$$T = \frac{2\pi R}{v_0} = \frac{2\pi m}{qB} \quad (3)$$

Угловая частота равна

$$\omega = \frac{qB}{m}$$

Пример 11.3. Протон описал окружность радиусом 5,0 см в однородном магнитном поле с индукцией 20 мТл. Определите линейную скорость и период движения протона по окружности.

Решение

Запишем второй закон Ньютона:

$$qV_0B = m \frac{V_0^2}{R} \quad (1)$$

Отсюда можно найти линейную скорость протона, влетающего в магнитное поле:

$$v_0 = \frac{q \cdot B \cdot R}{m} = 95,8 \text{ км/с}$$

Исходя из представлений кинематики период движения протона будет равен

$$T = \frac{2\pi R}{V_0} = 3,28 \text{ мкс}$$

Пример 11.4. Электрон, имеющий скорость $v = 8 \cdot 10^8$ см/с, влетает в однородное магнитное поле с индукцией $B = 3,14 \cdot 10^{-2}$ Тл под углом $\alpha = 30^\circ$ к вектору \vec{B} (рис. 11.3). Определите радиус R , шаг h винтовой линии, по которой будет двигаться электрон, и период движения по окружности T .

Решение

Разложим скорость электрона на две составляющие: параллельную линиям индукции и перпендикулярную им.

Движение заряда со скоростью $\vec{v}_{\parallel} \parallel \vec{B}$ – равномерное прямолинейное движение вдоль \vec{B} , так как $F_M = 0$. При этом $\vec{v}_{\parallel} = \text{const}$.

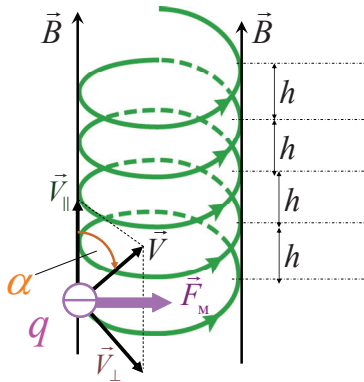


Рис. 11.3. Траектория движения заряда в магнитном поле

Движение заряда со скоростью $\vec{v}_{\perp} \perp \vec{B}$ – равномерное движение по окружности.

Результатом сложения двух одновременных движений со скоростями \vec{v}_{\perp} и \vec{v}_{\parallel} является движение по винтовой линии.

Шаг винтовой линии: $h = v_{\parallel} T$,

радиус винтовой линии: $R = \frac{mv_0 \sin \alpha}{qB}$,

период движения по окружности: $T = \frac{2\pi R}{v_{\perp}} = \frac{2\pi m}{qB}$.

Здесь q – модуль заряда электрона.

Подставим числовые значения и выполним вычисления:

$$R = \frac{9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 8 \cdot 10^6 \cdot 0,5}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 3,14 \cdot 10^{-2}} = 7,25 \cdot 10^{-4} \text{ м},$$

$$h = \frac{9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 2 \cdot 3,14 \cdot 8 \cdot 10^6 \cos 30^\circ}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 3,14 \cdot 10^{-2}} = 7,89 \cdot 10^{-3} \text{ м}.$$

$$T = \frac{2\pi \cdot 9,11 \cdot 10^{-31}}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 3,14 \cdot 10^{-2}} = 1,1 \text{ нс}$$

Пример 11.5. Прямой провод, по которому течет ток $I = 1$ кА, расположен в однородном магнитном поле перпендикулярно вектору магнитной индукции (рис. 11.4). С какой силой действует поле на отрезок провода длиной $\ell = 1$ м, если магнитная индукция равна $B = 1$ Тл?

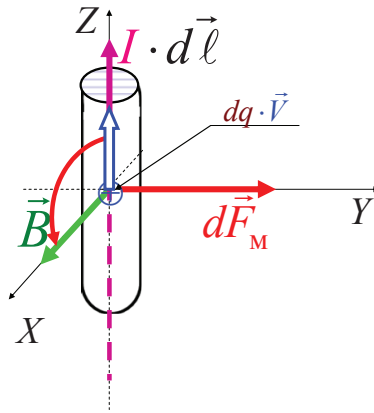


Рис. 11.4. Сила Ампера, действующая на проводник с током в магнитном поле

Решение

$$\vec{F}_M = q \cdot [\vec{V}, \vec{B}] = I \cdot [\vec{\ell}, \vec{B}] \quad (1)$$

$$|\vec{F}_M| = I \cdot |[\vec{\ell}, \vec{B}]| \quad (2)$$

$$F_M = 1 \text{ кН}$$

Пример 11.5. Альфа-частица (ядро атома гелия ${}^4_2\text{He}$) прошла ускоряющую разность потенциалов ($U = 104$ В) и влетела в скрещенные под прямым углом электрическое ($E = 10$ кВ/м) и магнитное ($B = 0,1$ Тл) поля (рис. 11.5). Найти отношение заряда альфа-частицы к ее массе, если, двигаясь перпендикулярно обоим полям, частица не испытывает отклонений от прямолинейной траектории.

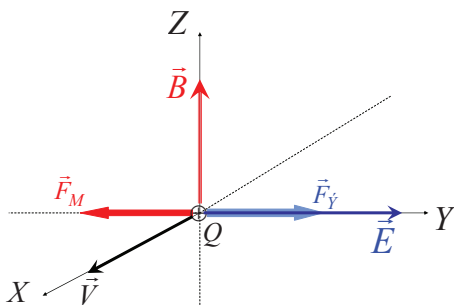


Рис. 11.5

Решение

Для того, чтобы найти отношение заряда Q альфа-частицы к ее массе m , воспользуемся связью между работой сил электрического поля и изменением кинетической энергии частицы

$$Q \cdot U = \frac{m \cdot V^2}{2}, \quad (1)$$

откуда

$$\frac{Q}{m} = \frac{V^2}{2 \cdot U} \quad (2)$$

Скорость альфа-частицы найдем из следующих соображений.

В скрещенных (совместных) электрическом и магнитном полях на движущуюся заряженную частицу действуют две силы (рис. 11.5):

а) магнитная составляющая силы Лоренца

$$\vec{F}_M = Q \cdot [\vec{V}\vec{B}], \quad (3)$$

направленная перпендикулярно скорости \vec{V} и вектору магнитной индукции \vec{B} ;

б) электрическая сила Кулона

$$\vec{F}_Э = Q \cdot \vec{E}, \quad (4)$$

сонаправленная с вектором напряженности \vec{E} электростатического поля ($Q>0$).

Альфа-частица не будет испытывать отклонения, если векторная сумма сил будет равна нулю

$$\vec{F}_M + \vec{F}_Э = 0. \quad (5)$$

В проекции на ось Y

$$QE - QVB = 0,$$

откуда

$$V = \frac{E}{B} \quad (6)$$

Подставив это выражение скорости в формулу (2), получим

$$\frac{Q}{m} = \frac{E^2}{2 \cdot U \cdot B^2} = \frac{(10^4)^2}{2 \cdot 104 \cdot (0,1)^2} = 4,81 \cdot 10^7 \text{ Кл/кг}. \quad (7)$$

12. ЭЛЕКТРОДИНАМИКА

Пример 12.1. В однородном магнитном поле, индукция которого $B = 5$ Тл, вращается стержень длиной $\ell = 1$ м с постоянной угловой скоростью $\omega = 20$ рад/с. Ось вращения перпендикулярна стержню, проходит через его конец и параллельна силовым линиям магнитного поля (рис. 12.1). Найдите разность потенциалов $(\varphi_0 - \varphi_c)$, возникающую между концами стержня.

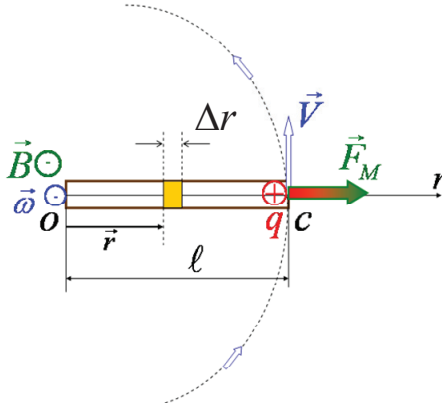


Рис. 12.1

Решение

Перераспределение зарядов в стержне происходит под действием магнитной составляющей силы Лоренца

$$\vec{F}_M = q[\vec{v}, \vec{B}] , \quad (1)$$

являющейся в данном случае сторонней. Если стержень вращается так, как показано на рис. 12.1 (ось вращения проходит через точку O), то электроны будут накапливаться на закрепленном конце стержня.

Заряды разных знаков накапливаются на концах стержня до тех пор, пока электрическая сила созданного ими кулоновского поля не уравновесит магнитную силу:

$$\vec{F}_Э + \vec{F}_M = 0 , \quad (2)$$

Вращающийся стержень пронизывается переменным магнитным потоком, и, в соответствии с законом электромагнитной индукции, в

нем наводится (индуцируется) ЭДС индукции, и между двумя любыми точками стержня возникает разность потенциалов

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \varepsilon_i = \frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t}. \quad (3)$$

При вращении стержня изменение магнитного потока равно

$$\Delta\Phi_B = B \cdot \Delta S, \quad (4)$$

где ΔS – площадь сектора, описываемого стержнем.

За время Δt стержень поворачивается на угол $\Delta\varphi$ и площадь сектора получается равной

$$\Delta S = \frac{\Delta\varphi \cdot \ell^2}{2} = \frac{\omega\Delta t \cdot \ell^2}{2}. \quad (5)$$

Учитывая это, для изменения магнитного потока найдем

$$\Delta\Phi_B = \frac{B \cdot \omega\Delta t \cdot \ell^2}{2}. \quad (6)$$

Из формул (3) и (6) получим

$$\varepsilon_i = \frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} = \frac{B \cdot \omega\Delta t \cdot \ell^2}{2\Delta t} = \frac{B \cdot \omega \cdot \ell^2}{2} \quad (7)$$

Подставим численные значения и выполним вычисления:

$$\varphi_0 - \varphi_C = -\frac{20 \cdot 5 \cdot 1^2}{2} = -50 \text{ В}.$$

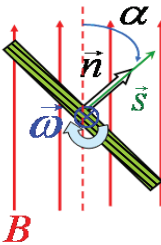


Рис. 12.2

Пример 12.2. В однородном магнитостатическом поле с индукцией $B = 0,1$ Тл равномерно вращается рамка, содержащая $N = 1000$ витков, с частотой $n = 10$ Гц. Площадь рамки равна $S = 150 \text{ см}^2$. Определите мгновенное значение ЭДС индукции ε_i , соответствующее углу поворота рамки $\alpha = 30^\circ$, где α – угол между векторами \vec{B} и \vec{n} (рис. 12.2), а также максимальное значение ЭДС индукции.

Решение

1. Мгновенное значение ЭДС индукции определяется формулой закона Фарадея:

$$\varepsilon_i = -N \frac{\Delta \Phi_B}{\Delta t} = NBS\omega \sin(\omega t).$$

Найдем мгновенное значение ЭДС индукции, подставив значение $\omega t = \alpha$.

Произведя вычисления, получим:

$$\varepsilon_i = 47,1 \text{ В.}$$

2. Максимальное значение ЭДС индукции равно амплитудному значению согласно формуле

$$\varepsilon_i^{\max} = NBS\omega = NBS \cdot 2\pi n$$

Произведя вычисления, получим:

$$\varepsilon_i^{\max} = 94,2 \text{ В.}$$

Пример 12.3. Катушка (длина $\ell = 50$ см, площадь поперечного сечения $S_{\text{катушки}} = 3 \text{ см}^2$, число витков $N = 1000$, без сердечника) и плоский воздушный конденсатор (площадь каждой пластины $S_{\text{пластины}} = 75 \text{ см}^2$, расстояние между пластинами $d = 5$ мм, диэлектрическая проницаемость воздуха $\varepsilon = 1$) образуют электрический колебательный контур. Определите T_0 – период гармонических колебаний в этом контуре.

Решение

Период гармонических колебаний в электрическом колебательном контуре определяется по формуле Томсона:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{LC}, \quad (1)$$

где L – индуктивность катушки; C – емкость конденсатора. Индуктивность катушки находится по формуле

$$L = \mu_0 \mu \frac{N^2 S_{\text{катушки}}}{\ell}, \quad (2)$$

где μ – магнитная проницаемость сердечника катушки (здесь $\mu = 1$).

Емкость конденсатора находится по формуле

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_{\text{пластины}} S}{d}. \quad (3)$$

Тогда, подставив формулы (2) и (3) в формулу (1), получим

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\mu_0 \mu_{\text{катушки}} N^2 S \varepsilon_0 \varepsilon_{\text{пластины}}}{\ell d}}.$$

Подставим числовые значения и выполним вычисления:

$$\begin{aligned} T &= 2 \cdot 3,14 \cdot \sqrt{\frac{4 \cdot 3,14 \cdot 10^{-7} \cdot 1 \cdot 1000^2 \cdot 3 \cdot 10^{-4} \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 1 \cdot 7,5 \cdot 10^{-3}}{0,005 \cdot 0,5}} = \\ &= 6,28 \cdot 10^{-7} \text{ с.} \end{aligned}$$

Пример 12.4. Ток в колебательном контуре изменяется по закону $i(t) = -0,02 \sin 400\pi t$, А. Индуктивность контура $L = 1$ Гн. Найдите максимальную энергию электрического поля в конденсаторе $W_{\text{Э}}^m$.

Решение

Энергию электрического поля в конденсаторе найдем по формуле

$$W_{\text{Э}} = \frac{q^2}{2C}. \quad (1)$$

Так как заряд на обкладках конденсатора изменяется по закону

$$q(t) = q_m \cos(\omega_0 t + \varphi), \quad (2)$$

то формула (1) с учетом (2) примет вид

$$W_{\text{Э}} = \frac{q_m^2}{2C} \cos^2(\omega_0 t + \varphi). \quad (3)$$

Поскольку ток в контуре изменяется по закону

$$i(t) = \dot{q}(t) = -\omega_0 q_m \sin(\omega_0 t + \varphi) = -i_m \sin(\omega_0 t + \varphi), \quad (4)$$

то максимальный заряд на обкладках конденсатора согласно (4) будет равен

$$q_m = \frac{i_m}{\omega_0}. \quad (5)$$

Для определения емкости конденсатора воспользуемся формулой собственной частоты колебаний в электрическом колебательном контуре

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow C = \frac{1}{\omega_0^2 L}. \quad (6)$$

Таким образом, подставив (5) и (6) в (3), получим, что энергия электрического поля в конденсаторе равна

$$W_{\text{Э}} = \frac{Li_m^2}{2} \cos^2(\omega_0 t + \varphi).$$

Отсюда максимальная энергия электрического поля

$$W_{\text{Э}}^m = \frac{Li_m^2}{2}. \quad (7)$$

Так как $i_m = 0,02$ А, то подставив в (7) числовые значения получим:

$$W_{\text{Э}}^m = \frac{1 \cdot 0,02^2}{2} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ Дж.}$$

Эту же задачу можно решить и другим способом.

В соответствии с законом сохранения энергии, максимальная энергия электрического поля в конденсаторе равна максимальной энергии магнитного поля в катушке:

$$W_{\text{Э}}^m = W_{\text{М}}^m.$$

Поскольку

$$W_{\text{М}}^m = \frac{1}{2} Li_m^2,$$

то

$$W_{\text{Э}}^m = \frac{1}{2} Li_m^2.$$

Пример 12.5. Протон описал окружность радиусом 5,0 см в однородном магнитном поле с индукцией 20 мТл. Определите линейную скорость и период движения протона по окружности.

Решение

Запишем второй закон Ньютона:

$$qV_0B = m \frac{V_0^2}{R} \quad (1)$$

Отсюда можно найти линейную скорость протона, влетающего в магнитное поле:

$$v_0 = \frac{q \cdot B \cdot R}{m} = 95,8 \text{ км/с}$$

Исходя из представлений кинематики

$$T = \frac{2\pi R}{V_0} = 3,28 \text{ мкс}$$

Пример 12.6. Электрический колебательный контур состоит из конденсатора емкостью $C = 889$ пФ и катушки индуктивностью $L = 2 \cdot 10^{-3}$ Гн. На какую длину волны настроен контур, если электромагнитная волна распространяется в воздухе?

Решение

С использованием формулы Томсона для периода собственных колебаний в электрическом контуре найдем величину длины волны, испускаемой контуром:

$$\lambda = c \cdot T = c \cdot 2\pi\sqrt{LC}$$

$$\lambda = 2,51 \text{ км}$$

13. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ. ВОЛНОВЫЕ ЯВЛЕНИЯ

Пример 13.1. В прозрачном диэлектрике распространяется электромагнитная волна. Диэлектрическая проницаемость диэлектрика на частоте этой волны равна $\epsilon = 2$, магнитная проницаемость $\mu = 1$. Найдите закон изменения *вектора Пойнтинга* в точке, где электрический вектор изменяется по закону $\vec{E}_z = 14 \cos(\omega t + \varphi_0) \vec{e}_z$, В/м. Вектор \vec{B} колеблется вдоль оси X .

Решение

В электромагнитной волне векторы \vec{E} , \vec{B} и \vec{j} образуют правую тройку (см. рис. 13.1).

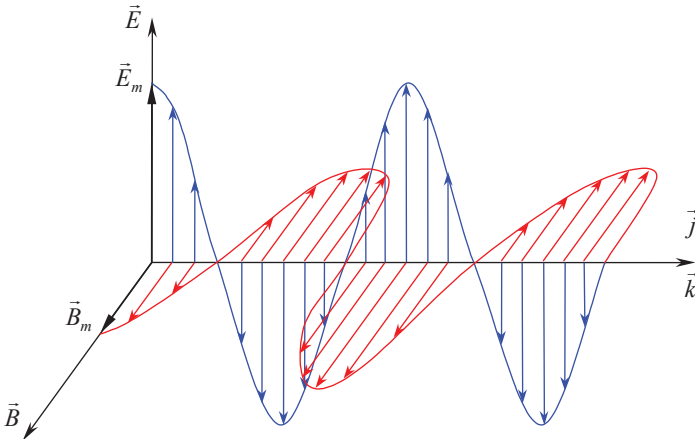


Рис. 13.1. Модель электромагнитной волны: \vec{k} – волновой вектор, \vec{j} – вектор плотности потока энергии (вектор Пойнтинга)

Вектор плотности потока энергии электромагнитного излучения (*вектор Пойнтинга*) равен

$$\vec{j} = \epsilon_0 c^2 [\vec{E}, \vec{B}]. \quad (1)$$

В прозрачном диэлектрике напряженность электрического поля электромагнитной волны связана с индукцией магнитного поля волны соотношением

$$E = uB, \quad (2)$$

где $u = c/n$,

здесь n – показатель преломления, $n = \sqrt{\epsilon}$;

ϵ – диэлектрическая проницаемость вещества.

Поэтому модуль вектора Пойнтинга может быть рассчитан по формуле

$$|\vec{j}| = \epsilon_0 c^2 E \frac{E}{v} = \epsilon_0 c^2 \frac{E^2 \sqrt{\epsilon}}{c} = \epsilon_0 E^2 c \sqrt{\epsilon}. \quad (3)$$

Напряженность электрического поля в электромагнитной волне:

$$E(t) = E_m \cos(\omega t + \varphi). \quad (4)$$

Поэтому

$$|\vec{j}| = \epsilon_0 c \sqrt{\epsilon} E_m^2 \cos^2(\omega t + \varphi). \quad (5)$$

Вектор Пойнтинга будет изменяться по закону:

$$|\vec{j}| = \epsilon_0 c \sqrt{\epsilon} E_m^2 \cos^2(\omega t + \varphi) \vec{e}_y. \quad (21.113)$$

Пример 13.2. Два источника испускают электромагнитные волны частотой $5 \cdot 10^{14}$ Гц с одинаковыми начальными фазами (рис. 13.2).

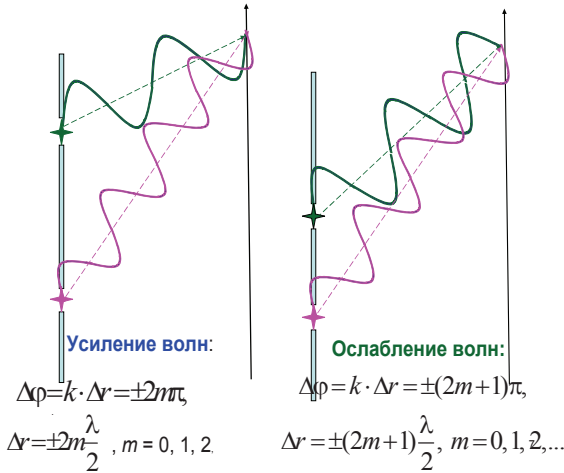


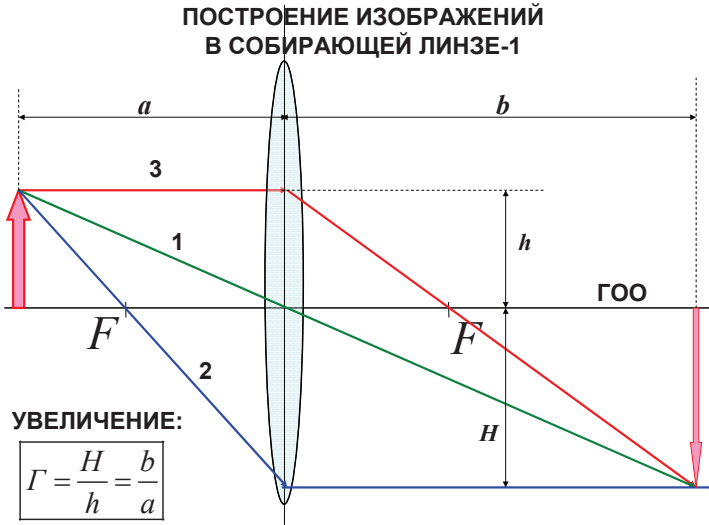
Рис. 13.2

Минимум интерференции будет наблюдаться, если минимальная разность хода волн равна: 1) 0; 2) 0,3 мкм; 3) 0,6 мкм; 4) 1 мкм.
Ответ: 2.

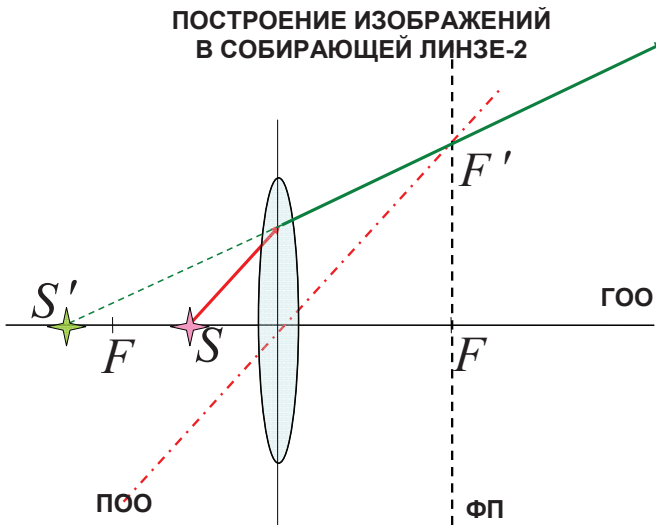
Максимум интерференции будет наблюдаться, если минимальная разность хода волн равна: 1) 0,9 мкм; 2) 0,5 мкм; 3) 0,3 мкм; 4) 0 мкм.
Ответ: 4.

14. ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ОПТИКА

Пример 14.1.

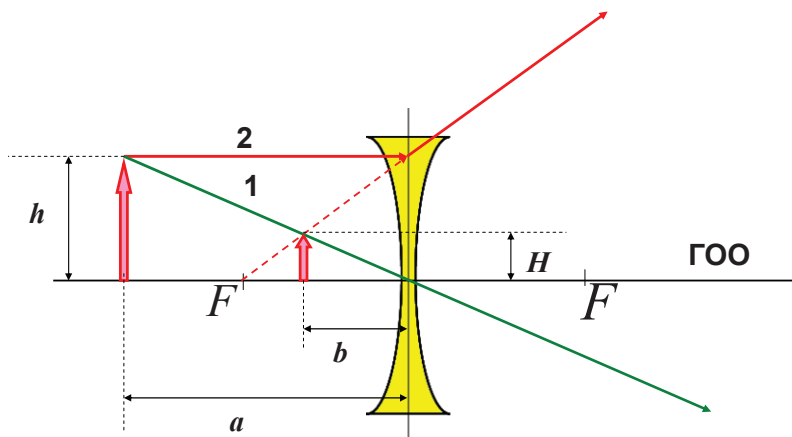


Пример 14.2.



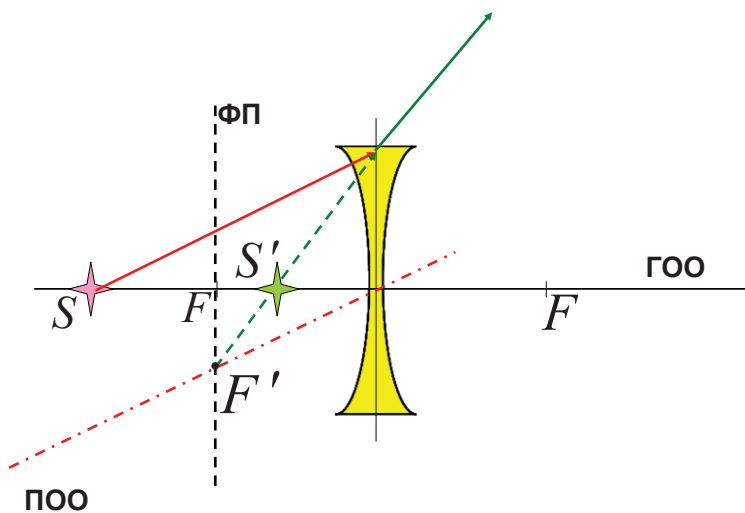
Пример 14.3.

ПОСТРОЕНИЕ ИЗОБРАЖЕНИЙ
В РАССЕИВАЮЩЕЙ ЛИНЗЕ-1

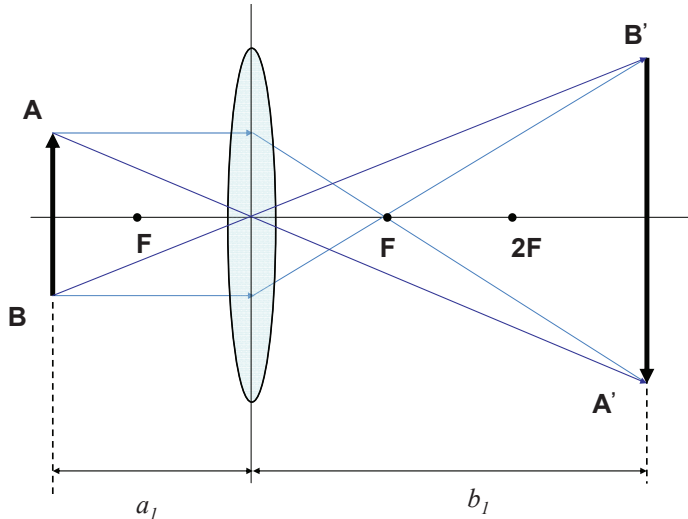


Пример 14.4.

ПОСТРОЕНИЕ ИЗОБРАЖЕНИЙ
В РАССЕИВАЮЩЕЙ ЛИНЗЕ-2



Пример 14.5. Собирающая линза даёт на экране изображение предмета, увеличенное в два раза. Когда линзу приблизили к экрану на 36 см, то она дала изображение вдвое уменьшенное. Найдите фокусное расстояние линзы.



Решение

Рис. 14.1.

При неизменном расстоянии между предметом AB и экраном $A'B'$ линза после перемещения даст снова резкое изображение тогда, когда новое расстояние b_1 до предмета (рис. 14.2) станет равным прежнему расстоянию a_2 изображения до экрана (рис. 14.1):

$$b_1 = a_2 \quad (1)$$

В силу этого

$$b_1 - a_1 = a_2 - b_2 = 36. \quad (2)$$

Из формулы увеличения линзы и на основании условия задачи получим:

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{b_1}{b_2} = 2. \quad (3)$$

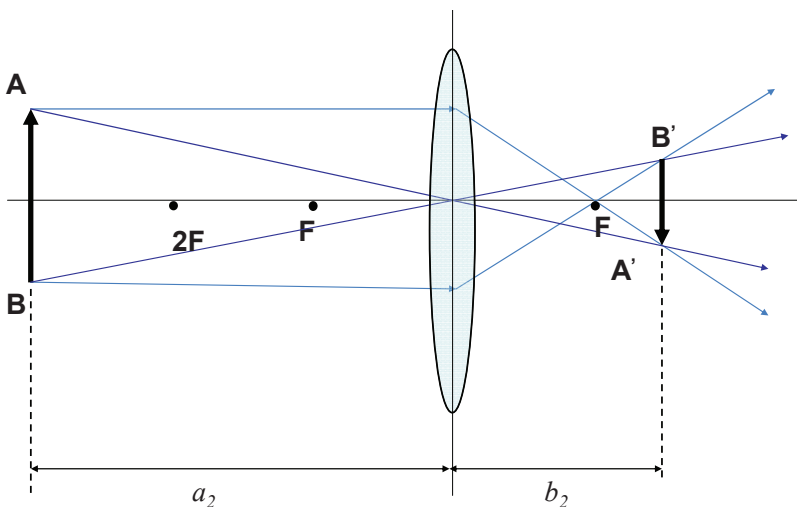


Рис. 14.2.

Решая совместно уравнения (2) и (3) с учетом (1) и используя формулу линзы, запишем

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} = \frac{1}{b_1} + \frac{1}{b_2}, \quad (4)$$

Найдём фокусное расстояние линзы

$$f = \frac{2a_2}{3} = 24 \text{ см.}$$

Пример 14.6. Сходящийся пучок лучей падает на рассеивающую линзу таким образом, что продолжения всех лучей пересекаются в точке, лежащей на оптической оси линзы на расстоянии $b = 15$ см от неё. Найдите фокусное расстояние линзы в двух случаях:

1) после преломления в линзе лучи собираются в точке B , лежащей на расстоянии $a_1 = 60$ от линзы (рис. 14.3);

2) продолжения преломленных лучей пересекаются в точке B , находящейся перед линзой на расстоянии $a_2 = 60$ см от неё (рис. 14.4).

Решение

1) Ход лучей в данном случае изображен на рис. 14.3. Используя обратимость световых лучей, можно точку B рассматривать как источник света, а точку A – как изображение.

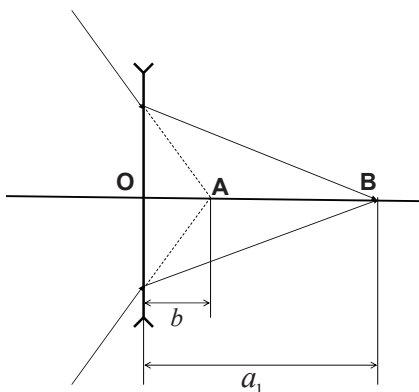


Рис. 14.3

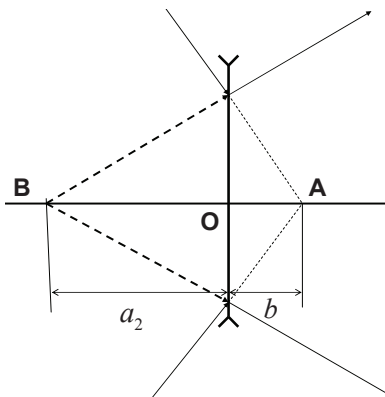


Рис. 14.4

Тогда по формуле линзы

$$\frac{1}{a_1} - \frac{1}{b} = -\frac{1}{f}. \quad (1)$$

Отсюда

$$f = \frac{a_1 b}{a_1 - b} = 20 \text{ см.}$$

2) Ход лучей изображен на рис. 14.4. В данном случае и изображение (точка А) и источник (точка В) являются мнимыми. По формуле линзы

$$-\frac{1}{a_2} - \frac{1}{b} = -\frac{1}{f}. \quad (2)$$

Отсюда

$$f = \frac{a_2 b}{a_2 + b} = 12 \text{ см.}$$

Пример 14.7. Постройте изображение точечного источника света S , которое образует собирающая линза для случая, показанного на рис. 14.5:

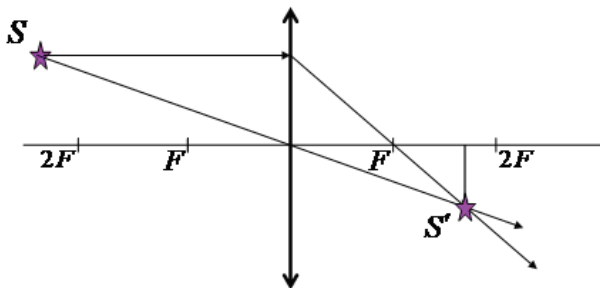


Рис. 14.5.

Пример 16.8. Луч света падает на плоскопараллельную пластину толщиной $d = 1,5$ см с показателем преломления $n = 1,52$ под углом $\alpha = 62^\circ$ к нормали. Определите смещение x луча после выхода из пластины.

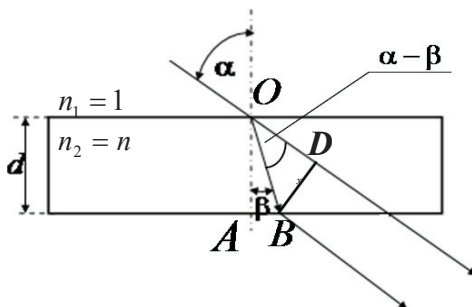


Рис. 14.6

$$\boxed{\text{Из } \triangle ODB : x = BD = OB \cdot \sin(\alpha - \beta)}$$

1) Определение угла β из закона преломления:

$$\boxed{\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1} = n; \quad \beta = \arcsin\left(\frac{\sin \alpha}{n}\right)}$$

2) Определение гипотенузы OB из $\triangle OAB$:

$$OB = \frac{d}{\cos \beta}$$

3) Определение смещения x из $\triangle ODB$:

$$x = OB \cdot \sin(\alpha - \beta) = \frac{d \cdot \sin \left[\alpha - \arcsin \left(\frac{\sin \alpha}{n} \right) \right]}{\cos \left[\arcsin \left(\frac{\sin \alpha}{n} \right) \right]}$$

$$x = 0,82 \text{ см}$$

15. КВАНТОВАЯ ФИЗИКА. ФИЗИКА АТОМА

Пример 15.1. Определите максимальную скорость v_{\max} фотоэлектронов, испускаемых с поверхности серебра под воздействием ультрафиолетового излучения с длиной волны $\lambda = 0,245$ мкм.

Решение

Убедимся в том, что при данной длине волны падающего излучения внешний фотоэффект возможен. Для этого вычислим красную границу фотоэффекта λ_0 , которая определяется работой выхода электронов из материала фотокатода:

$$A = \frac{hc}{\lambda_0}, \quad (1)$$

откуда

$$\lambda_0 = \frac{hc}{A} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{4,7 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = 2,64 \cdot 10^{-7} \text{ м.}$$

Поскольку длина волны λ_0 , соответствующая красной границе фотоэффекта, больше длины волны λ , то в этом случае фотоэффект возможен.

Для вычисления максимальной скорости фотоэлектронов найдем кинетическую энергию K электронов из уравнения Эйнштейна для фотоэффекта:

$$h \frac{c}{\lambda} = A + K \Rightarrow K = h \frac{c}{\lambda} - A. \quad (2)$$

Вычислим кинетическую энергию фотоэлектронов по формуле (2):

$$K = \frac{hc}{\lambda} - A = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{1,55 \cdot 10^{-7} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} - 4,7 = 3,31 \text{ эВ.}$$

Поскольку кинетическая энергия K много меньше энергии покоя электрона ($E_0 = 0,511$ МэВ), то для вычисления скорости можно применить формулу классической кинетической энергии:

$$v = \sqrt{\frac{2K}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 3,31 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{9,11 \cdot 10^{-31}}} = 1,08 \cdot 10^6 \text{ м/с.}$$

Пример 15.2. Определите максимальную скорость V_{\max} фотоэлектронов, испускаемых с поверхности серебра под воздействием γ -излучения с длиной волны $\lambda = 2,47$ пм. Работа выхода электронов из серебра $A = 4,7$ эВ.

Решение

Убедимся в том, что при данной длине волны падающего излучения внешний фотоэффект возможен. Для этого вычислим красную границу фотоэффекта λ_0 , которая определяется работой выхода электронов из материала фотокатода:

$$A = \frac{hc}{\lambda_0}. \quad (1)$$

Из формулы (1)

$$\lambda_0 = \frac{hc}{A} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{4,7 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = 2,64 \cdot 10^{-7}, \text{ м}$$

Поскольку длина волны λ_0 , соответствующая красной границе фотоэффекта, больше длины волны λ , то в этом случае фотоэффект возможен.

Для вычисления максимальной скорости фотоэлектронов найдем кинетическую энергию K электронов из уравнения Эйнштейна для фотоэффекта:

$$h \frac{c}{\lambda} = A + K \Rightarrow K = h \frac{c}{\lambda} - A. \quad (2)$$

Вычислим кинетическую энергию фотоэлектронов для обеих длин волн падающего света по формуле (2):

$$\begin{aligned} K &= \frac{hc}{\lambda} - A = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{2,47 \cdot 10^{-12} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} - 4,7 = \\ &= 0,503 \cdot 10^6 - 4,7 \cong 0,503 \text{ МэВ}. \end{aligned}$$

В этом случае кинетическая энергия K практически равна энергии покоя электрона ($E_0=0,511$ МэВ), поэтому для вычисления скорости электрона необходимо применить формулу релятивистской кинетической энергии

$$K = E_0 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right).$$

Отсюда

$$v = c \cdot \frac{\sqrt{(2E_0 + K) \cdot K}}{(E_0 + K)}. \quad (3)$$

Подставим числовые значения в (3) и выполним вычисления:

$$v = 3 \cdot 10^8 \cdot \frac{\sqrt{(2 \cdot 0,511 + 0,503) \cdot 0,503}}{(0,511 + 0,503)} = 2,59 \cdot 10^8, \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Пример 15.3. Электрон движется с релятивистской скоростью $v = 200 \text{ Мм/с} = 2 \cdot 10^8 \text{ м/с}$. Определите длину волны де Бройля, ассоциированной с этим электроном.

Решение

Длину волны де Бройля можно определить по формуле

$$\lambda = \frac{h}{mv}. \quad (1)$$

Так как электрон релятивистский, то

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (2)$$

Подставим (2) в (1) и получим, что длина волны де Бройля равна

$$\lambda = \frac{h \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{m_0 v}. \quad (3)$$

Подставим в (3) числовые значения и выполним вычисления:

$$\lambda = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \sqrt{1 - \frac{4 \cdot 10^{16}}{9 \cdot 10^{16}}}}{9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 2 \cdot 10^8} = 2,02 \cdot 10^{-12}, \text{ м} = 2,02, \text{ пм}.$$

Пример 15.4. Электрон в атомарном водороде, возбужденный светом определенной длины волны, при переходе в *основное* состояние испускает только три спектральные линии. Определите длины волн этих линий; укажите, каким сериям они принадлежат, и нарисуйте схему соответствующих переходов электрона.

Решение

При переходах электронов с верхних энергетических уровней на нижние излучаются фотоны. По формуле Планка:

$$\Delta E = \hbar\omega = \frac{hc}{\lambda}. \quad (1)$$

А по формуле Бальмера:

$$\hbar\omega = R \cdot \left(\frac{1}{n_K^2} - \frac{1}{n_H^2} \right). \quad (2)$$

где R – постоянная Ридберга, равная 13,6 эВ; n_H и n_K – номера начального и конечного уровня перехода, соответственно.

Таким образом, из (1) и (2) длина волны фотона равна:

$$\lambda = \frac{hc}{R \left(\frac{1}{n_K^2} - \frac{1}{n_H^2} \right)}. \quad (3)$$

При переходе в основное состояние испускаются три фотона с длинами волн $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$, если начальные уровни $n_H = 2$ и 3 , т.е. испускаются фотоны двух спектральных серий (рис. 15.1): Лаймана (с $n_H = 2$ и с $n_H = 3$ на $n_K = 1$) и Бальмера (с $n_H = 3$ на $n_K = 2$), соответственно.

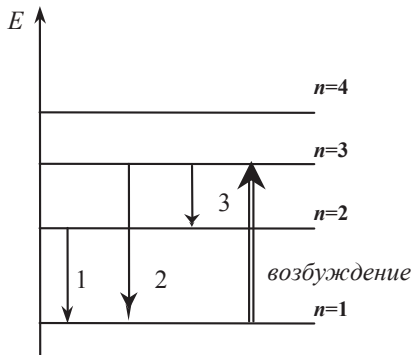


Рис. 15.1

Подставим числовые значения в формулу (3) и выполним вычисления:

$$\lambda_1 = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{13,6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right)} = 1,22 \cdot 10^{-7}, \text{ м} = 122, \text{ нм};$$

$$\lambda_2 = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{13,6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{3^2} \right)} = 1,03 \cdot 10^{-7}, \text{ м} = 103, \text{ нм};$$

$$\lambda_3 = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{13,6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right)} = 6,57 \cdot 10^{-7}, \text{ м} = 657, \text{ нм}$$

Пример 15.5. Какую наименьшую разность потенциалов U нужно приложить к рентгеновской трубке, антикатод которой покрыт ванадием, чтобы в спектре рентгеновского излучения появилась вся K -серия? Коротковолновая граница K -серии ванадия составляет 226 пм.

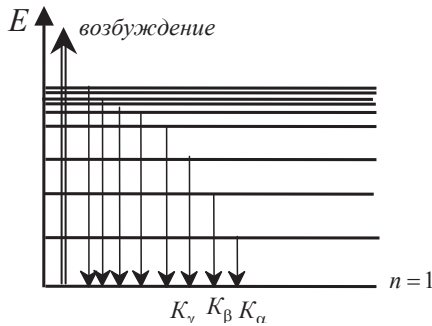


Рис. 15.2

Решение

K -серия образуется при переходах электронов в основное состояние, т.е. на уровень $n = 1$ (рис. 15.2). Если энергия возбуждения электрона $E_{\text{возб}} = eU$, то максимальная энергия излучаемых фотонов $E_{\text{изл}}^{\text{max}} = E_{\text{возб}}$, т.е.

$$E_{\text{изл}}^{\text{max}} = \frac{hc}{\lambda_{\text{min}}} = eU,$$

где λ_{min} – коротковолновая граница K -серии.

Следовательно,

$$U = \frac{hc}{e\lambda_{\text{min}}}.$$

Подставим числовые значения и выполним вычисления:

$$U = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 2,26 \cdot 10^{-10}} = 5,49 \cdot 10^3 \text{ В} = 5,49 \text{ кВ}.$$

Пример 15.6. Определите центростремительное ускорение электрона на первой боровской орбите, радиус которой определяется

формулой $r_0 = \frac{\hbar^2}{kme^2}$, где e – заряд электрона $1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл, m – масса

электрона $9,11 \cdot 10^{-31}$ кг, k – электрическая постоянная $9 \cdot 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2}$,

\hbar – постоянная Планка $1,054 \cdot 10^{-34}$ Дж·с.

Решение

Используя определение центростремительного ускорения

$$a = \frac{V^2}{r_0}$$

и постулат Бора о квантовании орбит

$$V = \frac{\hbar}{mr_0},$$

получим

$$a = \frac{\hbar^2}{m^2 \cdot r_0^3} = 9,04 \cdot 10^{22} \text{ м/с}^2$$

16. ФИЗИКА ЯДРА

Пример 16.1. Какова вероятность того, что данный атом в изотопе радиоактивного иода I^{131} распадется в течение ближайшей секунды? Период полураспада изотопа $T_{1/2} = 8 \text{ сут} = 6,91 \cdot 10^5 \text{ с}$.

Решение

Число нераспавшихся к моменту времени t_1 ядер можно найти по формуле закона радиоактивного распада

$$N_1 = N_0 e^{-\lambda t_1}. \quad (1)$$

На основании формулы (1) число ядер, распавшихся к моменту времени t_1 , равно

$$\Delta N = N_0 - N_1 = N_0 - N_0 e^{-\lambda t_1} = N_0 (1 - e^{-\lambda t_1}). \quad (2)$$

Тогда из выражения (2) вероятность распада может быть найдена как

$$\frac{\Delta N}{N_0} = \frac{N_0 (1 - e^{-\lambda t_1})}{N_0} = 1 - e^{-\lambda t_1}. \quad (3)$$

Подставив значения постоянной распада в формулу (3), получим

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}.$$

Вероятность распада будет равна

$$\frac{\Delta N}{N_0} = 1 - \exp\left(\frac{-\ln 2}{6,91 \cdot 10^5}\right) = 1,00 \cdot 10^{-6}.$$

Пример 16.2. При взаимодействии двух ядер дейтерия образуется ядро гелия:



В то время, как энергия связи каждого ядра дейтерия $\Delta E_{\text{св}}^d$ составляет

$$[(1,12) \text{ МэВ/нуклон}] \times 2 \text{ нуклона} = 2,24 \text{ МэВ},$$

энергия связи образовавшегося ядра гелия $\Delta E_{\text{св}}^{\text{He}}$ равна 28,32 МэВ. Поэтому в результате реакции выделяется энергия, равная – см. (28.11) –

$$Q = \Delta E_{\text{св}}^{\text{He}} - 2\Delta E_{\text{св}}^d = 28,32 - (2 \cdot 1,12) \cdot 2 = 23,84 \text{ МэВ}$$

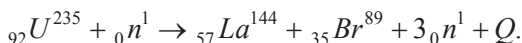
что соответствует расчету по формуле (28.9)

$$Q = c^2 (2m_{\text{ат}}^d - m_{\text{ат}}^{\text{He}}) = 931,4 \cdot (2m_{\text{ат}}^d - m_{\text{ат}}^{\text{He}}),$$

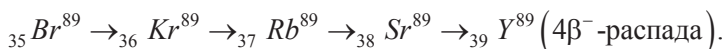
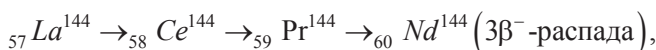
где $(2m_{\text{ат}}^d - m_{\text{ат}}^{\text{He}}) = (2 \cdot 2,01410 - 4,00260) = 0,02560$ а.е.м.

Тогда $Q = 23,84$ МэВ.

Пример 16.3. Реакция деления ядра урана медленными (тепловыми) нейтронами:



В результате семи β^- -распадов образуются стабильные ядра неодима и иттрия: ${}_{60}\text{Nd}^{144}$ и ${}_{39}\text{Y}^{89}$:



Энергия связи $\Delta E_{\text{св}}^{\text{U}}$ ядра урана составляет:

$$\left[(7,59) \text{ МэВ/нуклон} \right] \times 235 \text{ нуклонов} = 1783,65 \text{ МэВ};$$

энергия связи $\Delta E_{\text{св}}^{\text{Nd}}$ образовавшегося ядра неодима равна:

$$\left[(8,32) \text{ МэВ/нуклон} \right] \times 144 \text{ нуклона} = 1198,08 \text{ МэВ};$$

энергия связи $\Delta E_{\text{св}}^{\text{Y}}$ образовавшегося ядра иттрия равна:

$$\left[(8,71) \text{ МэВ/нуклон} \right] \times 89 \text{ нуклонов} = 775,19 \text{ МэВ}.$$

Поэтому в результате реакции деления одного ядра урана выделяется энергия, равная –

$$\begin{aligned}
 Q &= \Delta E_{\text{св}}^{\text{Nd}} + \Delta E_{\text{св}}^{\text{Y}} - \Delta E_{\text{св}}^{\text{U}} = \\
 &= 8,71 \cdot 89 + 8,32 \cdot 144 - 7,59 \cdot 235 = 775,19 + 1198,08 - 1783,65 = \\
 &= 189,62 \text{ МэВ}.
 \end{aligned}$$

Эта энергия соответствует расчету по формуле:

$$\begin{aligned}
 Q &= c^2 [(m_{\text{ат}}^{\text{U}} + m_n) - (m_{\text{ат}}^{\text{Nd}} + m_{\text{ат}}^{\text{Y}} + 3m_n) - 7m_e] = \\
 &= 931,4 \cdot [(235,04393 + 1,00867) - (143,91325 + 88,90590 + 3 \cdot 1,00867) - \\
 &\quad - 7 \cdot 0,00055] = 931,4 \cdot 0,20359 = 189,62 \text{ МэВ}.
 \end{aligned}$$

Таблица физических величин

Скорость света в вакууме $c = 3 \cdot 10^8$ м/с	Расстояние от центра Солнца до центра Земли $1,49 \cdot 10^{11}$ м
Радиус Земли $R_3 = 6,37 \cdot 10^6$ м	Масса Земли $M_3 = 5,98 \cdot 10^{24}$ кг
Радиус Солнца $R_C = 6,95 \cdot 10^8$ м	Масса Солнца $M_C = 1,98 \cdot 10^{30}$ кг
Ускорение свободного падения $g = 9,81$ м/с ²	Гравитационная постоянная $\gamma = 6,67 \cdot 10^{-11}$ Н·м ² /кг ²
Элементарный заряд $e = 1,60 \cdot 10^{-19}$ Кл	Масса покоя электрона $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31}$ кг
Масса покоя протона $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27}$ кг	Масса покоя нейтрона $m_n = 1,68 \cdot 10^{-27}$ кг
Магнитная постоянная $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м	Электрическая постоянная $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м
Электрическая постоянная в законе Кулона $k = (4\pi\epsilon_0)^{-1} = 9 \cdot 10^9$ Н·м ² /Кл ²	
Постоянная Планка $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ Дж·с $\hbar = 1,054 \cdot 10^{-34}$ Дж·с	
Атомная единица массы (а.е.м.) $1,66 \cdot 10^{-27}$ кг 931,4 МэВ	
Постоянная Больцмана $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К	Универсальная газовая постоянная $R = 8,31$ Дж/(К·моль)
Число $\pi = 3,14$	

Учебное издание

Рахштадт Юрий Александрович

ФИЗИКА

**Методическое пособие по подготовке
к олимпиадам школьников**

9–11-й классы

Часть III.

Электромагнетизм. Оптика.

Квантовая физика. Физика атома и ядра

Руководство к решению задач

В авторской редакции

Компьютерная верстка *И.Г. Иваньшина*

Подписано в печать 01.09.16	Бумага офсетная	
Формат 60 × 90 ¹ / ₁₆	Печать цифровая	Уч.-изд. л. 3,1
	Тираж 100 экз.	Заказ 5190

Национальный исследовательский
технологический университет «МИСиС»,
119049, Москва, Ленинский пр-т, 4

Издательский Дом МИСиС,
119049, Москва, Ленинский пр-т, 4
Тел. (495) 638-45-22

Отпечатано в типографии Издательского Дома МИСиС,
119049, Москва, Ленинский пр-т, 4
Тел. (499) 236-76-17, тел./факс (499) 236-76-35